GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

LİMİT KAVRAMININ ÖĞRETİMİNDE BİLGİSAYAR CEBİRİ SİSTEMLERİNİN ETKİSİ

DOKTORA TEZİ

Hazırlayan
TOLGA KABACA

ANKARA - 2006

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

LİMİT KAVRAMININ ÖĞRETİMİNDE BİLGİSAYAR CEBİRİ SİSTEMLERİNİN ETKİSİ

DOKTORA TEZİ

Hazırlayan
TOLGA KABACA

Danışmanlar
Prof. Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU
Prof. Dr. Halil İbrahim YALIN

ANKARA - 2006

Tolga KABACA’nın **LİMİT KAVRAMININ ÖĞRETİMİNDE BİLGİSAYAR CEBİRİ SİSTEMLERİNİN ETKİSİ** başlıklı tezi **08.12.2006** tarihinde, jürimiz tarafından **Orta öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi** Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı) : Prof. Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU	…………………….
Üye : Prof. Dr. Ziya ARGÜN	…………………….
Üye : Prof. Dr. Petek AŞKAR	…………………….
Üye : Prof. Dr. Ahmet KAÇAR	…………………….
Üye : Doç. Dr. Şener BÜYÜKÖZTÜRK	…………………….

ÖNSÖZ

Bu araştırma, ortaöğretim kurumlarımızın son sınıflarının müfredatı içerisinde de yer almasına rağmen üniversiteye giriş sınavına hazırlanma kaygısı içerisinde kavramsal anlama boyutu ihmal edilen, genel matematik kavramlarının en temel taşı olan limit kavramını öğrencilerimizin daha etkili ve daha kalıcı öğrenmesini sağlamak amacı ile etkin bir sınıf ortamı içinde teknolojiden yararlanma kaygısı ile tasarlanmış ve yürütülmüştür.

Lise son sınıf öğrencilerinin üniversiteye giriş sınavına hazırlanma telaşlarından dolayı araştırma sonuçlarının daha sağlıklı olmasını sağlamak amacı ile bir üniversitemizin fen-edebiyat fakültesi matematik bölümü 1. sınıf öğrencileri araştırma grubu olarak seçilmiştir.

Bu araştırmanın sonuçlarının ve bu sonuçlara bağlı önerilerin daha genel ele alınarak matematik öğretiminde önemli sayılabilecek açılımlara sebep olmasını temenni ediyorum. Ayrıca, bu çalışmanın uzantıları değerlendirilerek matematik eğitiminde yeni akademik çalışmalara zemin hazırlanması da önemle üzerinde durulabilecek bir noktadır.

Sadece tez çalışmam değil, bütün doktora öğrenimim boyunca beni aydınlatan ve tecrübesi ile beni yönlendiren danışmanım Prof. Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU'na, ikinci danışmanım olarak araştırmanın kritik noktalarında beni rahatlatan önerilerini esirgemeyen Prof. Dr. Halil İbrahim YALIN'a, tez izleme kurulu üyeliğini kabul ederek araştırmanın her aşamasında katkıda bulunan Prof. Dr. Petek AŞKAR ve Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a, araştırmada önemli bir yeri olan yazılımların hazırlanması ve tasarımında yardımcı olan arkadaşım Muharrem AKTÜMEN'e en derin teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Tolga KABACA

ÖZET

LİMİT KAVRAMININ ÖĞRETİMİNDE BİLGİSAYAR CEBİRİ SİSTEMLERİNİN ETKİSİ

Kabaca, Tolga
Doktora, Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Tez Danışmanları: Prof. Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU,
Prof. Dr. Halil İbrahim YALIN
ARALIK – 2006

Bu araştırmada, genel matematik konularının temel yapı taşı olarak nitelendirilebilecek olan limit kavramının öğretiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinden Maple programının kullanımının etkileri incelenmiştir. Bu amaçla, Uşak Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik bölümünün birinci sınıf öğrencilerinden 30 öğrenci seçilmiş ve genel matematik konularına yönelik hazır bulunuşluklarının ve matematiğe yönelik ön-tutumlarının eşit seviyede olduğu tespit edilen 15'er kişilik iki grup belirlenmiştir. Bilgisayar Cebiri sistemlerinin etkisini gözlemlemek amacı ile araştırma gruplarından birisine sadece yapılandırmacı öğretim ilkelerine göre ders verilirken diğer grup aynı zamanda Maple programı yardımı ile araştırmacı tarafından geliştirilen yazılımlardan yararlanmıştır. 28 ders saati süren bir ders anlatımının ardından son testler ve son tutum ölçeği uygulanmış, elde edilen nicel veriler uygun parametrik ve non-parametrik istatistik testleri ile analiz edilerek bazı nitel verilerin de desteği ile yorumlanmış ve aşağıdaki sonuçlar tespit edilmiştir.

- Genel başarı ele alındığında BCS desteğinden yararlanan grup diğer gruptan daha yüksek ortalamaya sahip olsa da bu farkın istatistiksel anlamlılığının olmadığı tespit edilmiştir.
- BCS kullanan grubun diğer gruba göre .05 anlamlılık düzeyinde daha yüksek bir kavramsal anlama düzeyine ulaştığı tespit edilmiştir.
- BCS desteğinin, matematiğe yönelik tutuma anlamlı düzeyde olumlu bir etkisinin olduğu belirlenmiştir.
- Erkeklerin bilgisayar kullanımına daha meyilli olduğu ve erkek öğrencilerin, kız öğrencilere göre BCS desteğinden anlamlı düzeyde daha fazla yararlandığı tespit edilmiştir.
- Yapılandırmacı öğretim prensipleri doğrultusunda kazandırılması hedeflenen ileri düzey matematiksel becerilerin öğretilmesi amacı ile tasarlanan öğretim ortamında BCS kullanımı öğrencilerin daha iyi motive olmasını sağlamıştır.

Araştırmada elde edilen yukarıdaki bulgular ayrıntılı bir şekilde yorumlanarak çalışmanın sonunda çeşitli önerilere yer verilmiştir.

ABSTRACT

THE EFFECT OF COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS ON TEACHING LIMIT CONCEPT

Kabaca, Tolga
PhD Thesis, Mathematics Education Department
Supervisors: Prof. Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU,
Prof. Dr. Halil İbrahim YALIN
DECEMBER – 2006

In this research, the effects of using Maple software, which is one of the Computer Algebra Systems, are examined while teaching limit concept which is the fundamental of other calculus concepts. 30 freshmen students from Mathematics department of Uşak University Arts and Literature Faculty are selected as research group. This research group divided into two groups whose pre-calculus knowledge and attitudes towards mathematics are equivalent. One of these groups had been took the calculus course in a constructivist environment. The other group had been took that course also in constructivist environment by using some interactive worksheets and applets advanced by researcher by using Maple software. After a 28 hours course, post-tests and post-attitude scale had been applied to the groups. The quantitative data was analyzed by using appropriate parametric and non-parametric statistical tests. Briefly, the following results had been determined by the support of some qualitative data.

- Although the CAS group's general achievement is slightly higher then the other group, this difference is not statistically significant.
- It is determined that CAS group's conceptual understanding level is significantly higher then the other group. ($p = .011 < .05$)
- It is also determined that CAS support is significantly effective on attitudes towards mathematics.
- Gender difference is also important in using CAS for learning. It is found that CAS materials are significantly useful for boys. CAS is not effective on the girls' achievement.
- Using CAS materials while designing a constructivist learning environment had been more easily motivate the students towards learning mathematics.

The above results had been examined in detail. By this way, some suggestions had been proposed for further studies.

İÇİNDEKİLER

II. BÖLÜM

ARAŞTIRMANIN TASARIMI VE YÖNTEMİ

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

I. BÖLÜM

GİRİŞ

Tarihin ilk devirlerinden beri insanoğlunun en önemli etkinliği öğrenme ve öğretme olmuştur. Etkinlikler yoluyla kazanılmış bilgilerini, deneyimlerini kuşaktan kuşağa aktaran insanoğlu bugünkü bilgi kavramına ulaşmış ve bu şekilde ulaşmaya devam edecektir. Geleneksel yaklaşım, öğrenme – öğretme etkinliğini genellikle öğrenci – öğretmen ya da çocuk – yetişkin etkileşimi olarak algılamaktadır. Böyle bir etkileşimle bilginin veya kazanılmış herhangi bir deneyimin öğrenciye doğrudan aktarılması amaçlanmaktadır. Okullarda verilen eğitim hep bu eksen etrafında sürdürülmektedir. Böylece, yaratılıştan gelen öğrenme yetisi örgün eğitim yoluyla okullarda oluşturulan öğrenme ortamlarında sınırlandırılmaktadır. Öğrenme – öğretme etkinliği daha zengin daha geniş ortamlarda düşünülmeli, tasarlanmalı ve uygulanmalıdır (Baki, 2002, s:1).

1.1 MATEMATİK VE MATEMATİK ÖĞRETİMİ

Bilim ve ona dayalı teknolojinin giderek artan ölçülerde etkilediği, hatta biçimlediği çağdaş yaşamda matematiğin değeri tartışılmaz bir konudur. Günlük yaşam işlevlerinin vazgeçilmez bir aracı olan matematik, kuramsal ilgi yanında pratik ilgilerimiz açısından da üzerinde durulmaya değer bir konudur. Tarih boyunca matematiksel düşüncede yer alan dönüşümlere baktığımızda çok yönlü bir açıklama gereğini hemen görmekteyiz. Matematik, kökleri geçmişin derinliklerine uzanan bir gelişmedir. Eski Mısır ve Babil'den günümüze ulaşan, giderek daha soyut ve karmaşık nitelik kazanan bir gelişme. Her dönemde ve tüm uygarlıklarda yaşamı bütünleyen sanat, bilim, endüstri, tarım ve diğer günlük geçim uğraşlarının etkili aracını sağlayan matematiktir. Matematik; kendine özgü amaç, yöntem ve sonuçlarıyla entellektüel değeri yüksek bir disiplin olarak algılanmalıdır.

Başka bir deyişle Matematik;

- Mantıksal ilişkileri bulmak ve bu ilişkileri anlamak,

- Bulunan bu ilişkileri sınıflandırmak ve bu ilişkilerin doğruluğunu kanıtlamak,
- Doğruluğu kanıtlanan bu ilişkileri genellemek ve hayata taşıyıp uygulayabilmek

esasları çerçevesinde ele alınmalıdır (Mirasyedioğlu, 2005).

Matematiğe iki değişik açıdan bakılabilir:

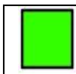
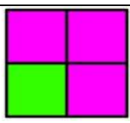
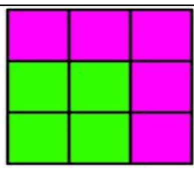
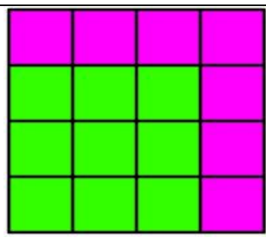
(1) araç olarak,

(2) amaç olarak.

Bilimi de kapsayan tüm uygulama alanlarında matematik bir araç değil, bir amaçtır. Değerini kendi içinde taşıyan, katıksız bilme ilgimizin ürünü, bir düşünme ve doğruyu arama uğraşıdır (Yıldırım, 1999).

Matematik soyut kavramlar ile inşa edilen, düzenli ve kesin biçimi ile alışkın olduğumuz günlük düşünce esasına dayanır. Bize yabancı gelen düşüncenin kendisi değil, düşüncemizi ifade eden özel simgelerdir.

Matematiğin konusu, sayı, nokta, küme, geometrik şekiller, uzay gibi soyut nesneler ve bu tür nesneler arasındaki ilişkiler oluşturmaktır. Matematikçi bu nesnelerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri ortaya çıkarma, genelleme ve ulaştığı sonuçları ispatlama çabası içindedir (Yıldırım, 1999). Örneğin tek sayılara ilişkin şu özelliği ele alalım:

<table>
<tr>
<td>
1 =1</td>
<td>
4 = 1 + 3
$2^2 = 1^2 + 3$</td>
<td colspan="2">
.. = .. + .. + ..
.. = .. + ..</td>
<td>
.. = .. + .. + .. + ..
.. = .. + ..</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">$1=1^2$
$1+3=2^2$
$1+3+5=3^2$
$1+3+5+7=4^2$
. .
. .</td>
<td colspan="2">Matematikçi bu genellemenin doğruluğunu gözlemlediği ilişkiyi daha fazla tek sayılar üzerinde yoklayarak değil, ispatlayarak, yani genellemeyi doğru sayılan öncüllerden çıkarsayarak saptamaya çalışır. Matematik, örneklerimizdeki türden ilişkileri bulma ve ispatlama çalışmasıdır.</td>
</tr>
</table>

Matematikçi bu genellemenin doğruluğunu gözlemlediği ilişkiyi daha fazla tek sayılar üzerinde yoklayarak değil, ispatlayarak, yani genellemeyi doğru sayılan öncüllerden çıkarsayarak saptamaya çalışır. Matematik, örneklerimizdeki türden ilişkileri bulma ve ispatlama çalışmasıdır.

Bu nitelemede, kalın çizgilerle de olsa, matematiğin iki aşamalı yöntemini bulmaktayız:

a) İlk aşama bir özellik ya da ilişkiyi bulma, ortaya çıkarma çabasını;

b) İkinci aşamada, bulunan ve ortaya konan ilişkiyi ispatlama sürecini içermektedir.

Bir ilişkiyi bulma ya da sezinleme, daha çok yaratıcı imge, sezgi ve deneyim gerektiren psikolojik bir olaydır. İspatlama ise, kural ve ölçütleri belli "mantıksal yargılama" diyebileceğimiz akıl yürütmedir. Buna göre matematiği sayı, nokta, küme, fonksiyon, geometrik şekiller ve uzay gibi soyut nesnelere özgü özellikler ortaya çıkarma, belirleme ve mantıksal olarak kanıtlama (ispatlama) bilimi diye tanımlayabiliriz (Yıldırım,1999).

Matematiğin uğraş konusu nesneler olgusal değil, kavramsaldır. Matematiği, konusu açısından ampirik (olgusal) bilimlerle değil tanımsal ya da biçimsel bir disiplin olan mantıkla birlikte sınıflandırmak daha uygun olur.

TDK Matematik Terimleri Sözlüğünde matematiğin tanımı şöyle verilmektedir; "Biçim sayı ve çoklukların yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri usbilim yoluyla inceleyen ve sayı bilgisi, cebir, uzam bilgisi gibi dallara ayrılan bilim (Çoker & Karaçay, 1983)".

Matematik, ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen fikirler (yapılar) ve bağıntılardan oluşan bir sistem olarak görülmektedir (New South Wales Department of Education and Australian Council for Educational Research, 1972).

Yukarıdaki tanımda da üç husus dikkati çekmektedir. Bunlardan biri matematiğin bir sistem olduğu, diğeri yapılardan ve bağıntılardan (ilişkilerden) oluştuğu, üçüncüsü de bu yapıların ardışık soyutlamalar ve genellemeler süreci ile oluşturulduğudur. O halde matematik insan tarafından zihinsel olarak yaratılan bir sistemdir. Bu durum matematiği soyut hale getirir. Genel olarak, soyut kavramların kazanılması zordur. Matematiğin öğrencilere zor gelmesinin sebebi belki de burada yatmaktadır. Ancak matematik kavramları, öğretim sırasında somutlaştırılarak ve somut araçlar kullanılarak bu zorluk giderilebilir; en azından azaltılabilir.

Matematikteki bağıntılar, yapılar arasındaki ilişkilerdir. Yapıları birbirlerine bağlar. Matematik öğretimine başlamadan önce matematiğin bu yapılarının ve ilişkilerinin tanınmasında, daha iyi bir deyişle, "Matematik" adı verilen sistemin genel olarak tanınmasında fayda vardır; çünkü öğretim faaliyetlerinin plânlanmasında ve plânın uygulanmasında bu yapının öncelikle göz önünde bulundurulması gerekir.

Matematiğin yapısında elemanlar ve önermeler vardır. Elemanlar, matematiğin yapı taşlarıdır. Önermeler, doğru veya yanlış bir fikir ifade eden cümlelerdir. Elemanlara örnek olarak nokta, doğru, düzlem, üçgen, kare, sayı, önermelere örnek olarak "İki noktadan bir doğru geçer.", "çgenin iç açıları toplamı 180º dir." ifadeleri gösterilebilir. Matematikteki kavram ve bağıntılar, eleman ve önermeler ile bunlar arasındaki ilişkilerden oluşur.

Matematikteki elemanların çoğu tanımlanmıştır. Fakat öyle bazı elemanlar vardır ki önceden tanımlanmış elemanlar yardımıyla tanımlanamazlar. Sayıları çok az olan bu elemanlara tanımsız elemanlar denir. Nokta, doğru, düzlem ve uzay tanımsız elemanlardır. Tanımsız elemanlar, sezgi ve günlük yaşayıştaki genel izlenimlere dayanılarak açıklanır. Bu açıklamalar herkes tarafından aynı şekilde kabul edilir.

Örnek: Noktayı, "Bir kalemin sivriltilmiş ucunun kâğıt üzerinde bıraktığı iz." olarak açıklarız. Bu ifade noktanın tanımı değil, onun neye benzediği hakkında bir açıklamadır.

Tanımsız elemanlar, öğretim sırasında, yukarıda belirtildiği gibi açıklanmalı, bunlar hakkında tanım vermekten kaçınılmalıdır.

Yukarıda belirtilen elemanlar tanımsız olarak kabul edildikten sonra diğerleri, bunlar ve tanımlanan diğer elemanlar yardımıyla tanımlanabilir.

Örnekler:

1. Doğru parçası, iki ucundan sınırlandırılmış bir doğrudur.

2. Bir ucundan sınırlandırılmış doğruya ışın denir.

Yukarıdaki örneklerde doğru parçası ve ışın, tanımsız eleman olarak alınan doğruya dayalı olarak tanımlanmıştır. Bir düşünce sistemi olarak tanımlanan matematiğin diğer öğesi önermelerdir. Önermelerin ifade ettiği hükümler genel olarak doğru veya yanlış olabilir. Ancak matematik, doğru hüküm ifade eden önermelerle uğraşır. Bazı önermelerde belirtilen fikirlerin doğruluğu ispatlanmadan kabul edilir. Örneğin, iki nokta arasındaki en kısa yolun bu iki nokta arasındaki doğru parçasının uzunluğu olduğu aksiyomu 2500 yıldan beri ispatlanamamaktadır. Bu önerme doğru olarak kabul edilir. Bazı önermelerin ispatına ise gerek duyulur. Önermede belirtilen fikrin doğruluğu ancak ispat yapıldıktan sonra kabul edilir. Birinci türdeki önermelere aksiyom, ikinci türdekilere de teorem adı verilir. Teoremlerin doğrulukları, tahmin ve sezgi ile görülebilir. Ancak tahmin ve sezginin insanları yanıltabileceği ihtimaline karşılık her durum için doğru oldukları, mantık kurallarıyla ispatlanır ve doğruluğu bundan sonra kabul edilir. Teoremlerin ispatında, tanımsız elemanlar, tanımlar, aksiyomlar ve daha önce ispatlanmış teoremlerden yararlanılır.

Yapısı hakkındaki bu kısa açıklama gösteriyor ki, matematikte keşfetme ve yapılandırma süreci önemlidir. Öğretimin her kademesinde öğrencilerde keşfetme sürecinin geliştirilmesi, matematik derslerinin önemli hedefleri arasında yer almalı, bu sürecin geliştirilmesi için gayret gösterilmelidir.

Keşfetme sürecinde sezgiden ve tahminden yararlanmanın büyük yeri vardır. Matematikteki prensiplerin öğrenciler tarafından ilk defa bulunuyormuşçasına görülmesi ve sezilmesi, problemlerin öğrencilerin kendi görüş ve sezişleri yoluyla çözülmesi, problemlerin çözümünde çözümden çok bu çözümdeki sürecin (düşünme yolunun) geliştirilmesi, matematik öğretiminde matematiğin yapısı yönünden göz önüne alınacak önemli hususlar arasında yer alır. Öğrencilerde keşfetme sürecinin geliştirilmesi, onların her birini birer bilim adamı veya matematikçi olacak şekilde yetiştirme değil, ilke ve prensiplerin öğrencilerin kavramalarına yardım edilmesi ve çalışmalarda ilke ve prensiplerin hazır verilip ezberletilmesi yerine, onları kendilerinin bulmalarını sağlayacak bir öğretim yöntemine başvurulması anlamındadır. Unutulmamalıdır ki, öğretimin her basamağındaki matematikte prensip ve ilkeler zihinsel gelişimi normal olan öğrencilere bu yolla kazandırılabilir. Bu bağlamda, matematik öğretiminde işe koşulacak öğretim modelinin genellikle buluş ve kılavuzlanmış sunuş yollarıyla öğretim olması gerektiği ifade edilebilir.

Matematiğin yapısına uygun bir öğretim şu üç amaçlara yönelik olmalıdır (Van de Wella, 1989, s. 6):

1. Öğrencilerin matematikle ilgili kavramları anlamalarına,
2. Matematikle ilgili işlemleri anlamalarına,
3. Kavramların ve işlemlerin arasındaki bağları kurmalarına

yardımcı olmak.

Bu üç amaç ilişkisel anlama olarak adlandırılmaktadır (Van de Wella, 1989, s. 6). İlişkisel anlama, matematikteki yapıları (kavramları ve bunların öğelerini) anlama, sembollerle ifade etme ve bunun kolaylıklarından yararlanma, matematikteki işlemlerin tekniklerini anlama ve bunları sembollerle ifade etme, metotlar, semboller ve kavramlar arasındaki bağıntılar veya ilişkileri kurma olarak açıklanabilir.

1.1.1 Kavram Bilgisi

Kavram bilgisi matematiksel kavramların kendilerini ve bunlar arasındaki ilişkileri kapsar. Diğer bir deyişle matematiksel kavramların kendileri birer ilişkidirler, bu ilişkiler başka kavramlarla ilişkilidir. Örneğin; doğru tanımsız elemandır, fakat noktalardan oluşmuştur. O halde doğru kavramı nokta kavramıyla ilişkilidir. Daha iyi bir deyişle doğru kavramı, bir noktalar ilişkisidir. Benzer şekilde doğru parçası ve ışın da doğru ve noktalar ilişkisidir.

Sayılar arasındaki büyüklük, küçüklük kavramları da sayılar arasında birer ilişkidir. Bu örnekler matematikteki bütün kavramlara genellenebilir. Matematikteki kavramların kazanılması için çocuğun zihninde bu ilişkilerin oluşması gerekir (Piaget'nin bilişsel kuramındaki uyum ve dengelenim). Çocuğun bu kavramları kazanması için onları zihninde oluşturması gerekir. İşte bu sebeple kavramları çocuğun kendisi kazanır. Öğretimin ve öğretmenin rolü çocuğa bu kavramları zihninde oluşturmasında yardımcı olmaktır (Hiebert, 1992).

1.1.2 İşlem Bilgisi

İşlemlerin bilgisini Van de Wella (1989, s. 9), Hiebert ve Lefevre'ye dayanarak, matematikte kullanılan semboller, kurallar ve matematik yaparken başvurulan işlemlerin bilgisi olarak tanımlamaktadır. Bu tanımdaki semboller, bir matematik ifadesindeki işaretlerdir. Örneğin; $7\times5+3=38$ ifadesindeki 3, 5, 7, 8 ve $\times$

birer semboldür. Benzer şekilde, $4x - 3y=15$ ifadesindeki 1, 3, 4, 5, x, y, – ve = de birer semboldürler. Semboller kavramların anlamlarını ifade etmezler. Sadece o kavramları yazmada kullanılırlar. Örneğin, 3 sembolü "üç" kavramının ne olduğunu veya "üç"ün ne anlama geldiğini açıklamaz.

Matematikteki işlemler, iki matematik kavramının birleştirilmesinde başvurulan ve adım adım yürütülen yollardır. Örneğin 3 ile 2'nin toplanmasında 3'e önce 1 eklenip 4'ün, sonra tekrar 1 eklenip 5'in elde edilmesi bir işlemdir. Bu işlem her defa 1 eklenerek adım adım gerçekleştirilmiştir. İşlemler birer tanımdırlar. Bunların ispatları yoktur.

İşlemlerin yapılmasının adım adım olması, bunların bir işlemin bilgisayar programlarıyla gerçekleştirilmesine benzetilebilir. Bilgisayarda, işlemin programı bilgisayarın hafızasına yüklenir ve her defasında birer olmak üzere adım adım gerçekleştirilir. Program yüklendikten sonra bilgisayarın "işlem bilgisi"ne sahip olduğu ve o işlemi yapabileceği kabul edilir. Bu benzetme bizi, matematikte dört işlemi yapmanın süreç olarak mekanik bir olay olduğu sonucuna götürür.

Gerçekten bazı öğrenciler dört işlemi doğru olarak yapabildikleri halde, bu işlemlerle problem çözmede büyük zorluk çekmektedirler. Bunun sebebi, mekanik olan işlemlerin öğrenilmiş, fakat işlemlerin anlamlarının kavranmamış olmasıdır.

1.1.3 Kavramsal ve İşlemsel Bilgiler Arasındaki İlişkiler

Kavramsal ve işlemsel ilişkiler arasındaki bağı kurma, uygun kavramları temsil etmede ve açıklamada, kurallar ve işlemler bilgisini kavramlara uygun, anlamlı bir akıl yürütme ve semboller temeline oturtmadır. Bir matematiksel süreç oluşturulduğunda, adımlar anlamlı olmalı ve her adımın niçin o şekilde yapıldığı açıklanabilmelidir. Diğer bir deyişle, her adımın o kavramla ilgisi kurulabilmelidir. Kavramlar ile işlemler arasındaki bağın kurulması, ilköğretimde, özellikle problem çözmede önemlidir. Bu önem iki noktada kendini gösterir;

(a) Problemin matematik cümlesinin yazılmasında (problemin çözümü için hangi işleme veya işlemlere başvurulacağına karar vermede) ve

(b) İşlemlerin yapılmasında.

İşlemler ve kurallar bilgisi çocuğun kavramsal bilgileri arasına girdiğinde, çocuk işlemlerin sadece nasıl yapıldığını değil aynı zamanda niçin yapıldığını da açıklayabilir. İşlem bilgisinin kavramsal temellerinin kazanılmaması ve işlem bilgisiyle kavramlar arasındaki ilişkinin kurulmaması, modellerin kurulamamasına, işlemlerin nerede kullanılacağına karar verilememesine sebep olur. Bu da özellikle problem çözmede başarısızlık şeklinde kendini gösterir.

Geleneksel matematik öğretiminde, bir işlemler bilgisi olan hesaplama becerisi ön plânda tutulmuştur. Matematiğin doğuşunda ve tarihi gelişiminde de böyle olmuştur. Hatta matematiğin ilk kullanılışı da sadece hesaplama amacına yönelik olmuştur. Ancak, tarihî süreç içinde matematikte önemli gelişmeler olmuş, matematik hesaplamanın çok ötesine gitmiştir. Öğretimde, özellikle problem çözme becerilerinin kazandırılmasında hesaplama becerisi yanında, model kurma ön plâna çıkmıştır. Bu durum, matematik alanında öğrenme-öğretme süreçlerinde ilişkisel anlamanın önemini artırmaktadır (Hiebert ve Levefre, 1986).

1.1.4 İlişkisel Anlamanın Bazı Faydaları

İlişkisel anlama öğretime daha çok yük getirir, daha çok araç kullanılmasını, gayret sarf edilmesini ve öğretmenin çalışmasını gerektirir. Ayrıca daha çok zaman alır. Diğer taraftan öğrencilerin de öğrenmeye, özellikle başlangıçta daha çok zaman ayırmalarını gerektirir. Ancak bu tür öğrenmenin öğrenci açısından birçok faydaları vardır.

Bunlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Öğrenme zevkli hale gelir, öğrenciler öğrenmeden haz duyarlar,
2. Öğrenilenlerin hatırlanması kolaylaşır ve öğrenme daha kalıcı olur,
3. Yeni kavramlar daha kolay öğrenilir, sonraki öğrenmelerde başkasının yardımına daha az ihtiyaç duyulur; kendi kendine öğrenme kolaylaşır,
4. Problem çözme becerisi gelişir, bu alandaki başarısı artar,
5. Matematiğe olan kaygı azalır ve matematiğe karşı olumlu tutum gelişir.

Ülkemizde pek çok öğrenci matematiğin zor olduğunu ve matematiği başaramayacağını düşünerek kaygılanmakta ve matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmektedir. Bu durum ilköğretimden başlamakta okul yılları ilerledikçe maalesef artarak devam etmektedir. Sonuçta öğrenciler bu önemli bilime karşı olumsuz tutum ve kendilerine güvensizlik geliştirmektedirler. Daha da kötüsü, kendilerinin matematiği öğrenecek kadar zeki olmadıkları, matematiğin onların uğraşacağı konular arasında bulunmadığı kanaatine varmaktadırlar. Bu yanlışlıkta, öğretimin ve öğretmenin yaklaşımının önemli rolü vardır (Hiebert ve Wearne, 1993).

Bu bağlamda, Matematik eğitiminin yeniden yapılandırılması gerekmektedir. Bu yeniden yapılanma çalışmalarında öğretmenlerin eğitim teknolojilerini etkili olarak kullanmaları önemli bir rol oynamaktadır. Yeni bir teknoloji olarak bilgisayar, öğrenme – öğretme ortamlarını, olumlu yönde zenginleştirecek potansiyele sahip olarak karşımızda durmaktadır. Bilgisayar, öğretme aracından çok öğrenme aracı olarak öğrenme – öğretme etkinliklerimize eklenirse, geleneksel yaklaşımın eğitimimiz için çizmiş olduğu çerçeve değişebilir ve daha da zenginleşebilir. Bu şekilde matematik öğretiminin temel amacı olan, "kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretme ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırma" gerçekleşebilir.

Problem çözme yeteneğinin geliştirilmesi, yüksek öğretimde de, matematik dersinin amaçları arasında önemli bir yer tutar. John Dewey, problemi insan zihnini karıştıran, ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şey olarak tanımlamaktadır. Problem, bu şekilde, zihni karıştıran ve inancı belirsizleştiren şeyler olarak alındığında problemin çözümü, belirsizliklerin ortadan kaldırılması demek olur. Bir problemle karşı karşıya kalındığında, problemi çözmek (belirsizlikleri ortadan kaldırmak) için durumun analiz edilmesi, gerekli bilgilerin toplanması, bunlardan çözüme götürücü olanların seçilmesi ve seçilen bilgilerin uygun şekilde düzenlenerek kullanılması gerekir (Kagan ve Cyntia, s. 475- 476).

Yukarıdaki tanım analiz edildiğinde bir durumun problem olması için insan zihnini karıştırması (hatta onu zorlaması) gerekir. Bu, karşılaşılan durumun yeni olmasını, bireyin bu durumla daha önce karşılaşmamış olmasını gerektirir. Bu duruma göre, bir birey için problem olan durum başka bir birey için problem olmayabilir. Çünkü bir durumla, bazı bireyler daha önce karşılaşmış oldukları halde bazıları karşılaşmamış olabilirler. Matematik derslerinde, bir konunun öğretimi sırasında çözülmüş bir problemi öğrencilerinin aynen çözmesini isteyen bir öğretmenin problem çözdürdüğü söylenemez. Çünkü problem diye verilen durumun öğrenciler için yeni bir tarafı yoktur. Yeni bir problemin elde edilmesi, kitaptaki veya derste üzerinde durulan bir problemin verilenleri veya istenenleri değiştirilerek, verilenlerle istenenler yer değiştirilerek, zorluk derecesi uygun olmak şartıyla bir üst sınıfa ait bir kitaptan alınarak, şüphesiz öğretmen tarafından tamamen yeniden düzenlenerek sağlanabilir (Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu, Akpınar, 2003).

Günümüzde öğretmenlerin çoğu, önce bir işlemin nasıl yapıldığını öğretmekte, daha sonra bu işlemin uygulamasını günlük hayattan seçtikleri veya ders kitabından seçtikleri bir problem üzerinde yapma yoluna gitmektedirler. Böyle bir yaklaşımda, öğrencinin problem çözmede başvuracağı strateji, anahtar kelimeleri öğrenmeden ibaret olacaktır. Örneğin, bir problemde "toplamı nedir?" veya "toplam olarak kaçtır?" gibi bir ifade varsa, bunun bir toplama, "eksilen", "fark" veya "kalan" kelimeleri varsa bunun da bir çıkarma problemi olduğuna karar verme gibi bir problem çözme stratejisine başvurulmasına yol açmaktadır. Yukarıda belirtilenlerle ilgili terimlerin öğrenilmesinin gerekliliği ile terimlere dayalı problem stratejisi birbirine karıştırılmamalıdır. Burada belirtilmek istenilen, problem çözmede sadece terimlere dayalı bir stratejinin yetersizliğidir.

Matematik problemleri de dâhil olmak üzere her probleme uygulanabilecek belli bir çözüm yolu yoktur. Her problem ayrı çözüm yolları gerektirir. Ancak Polya (1957) tarafından yapılan çalışmalar, matematik problemlerinin çözümünde bazı adımların olduğunu ortaya koymuştur. Bu adımlar şunlardır;

1. Problemin anlaşılması,
2. Problemin çözümü için bir plân yapılması,
3. Çözüm plânının uygulanması,
4. Sonucun doğru olup olmadığının kontrol edilmesi.

Yukarıdaki adımlar aynı zamanda öğrencilerin, problemleri başarı ile çözebilmeleri için onlarda geliştirilmesi gerekli yetenekleri gösterir.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim Terbiye kurulu Başkanlığınca hazırlatılan 9–12. sınıflara yönelik matematik dersi klavuzunda da yukarıda ifade edilenleri özetler nitelikte, matematik öğretiminin amacı aşağıdaki gibi sıralanmaktadır (Mirasyedioğlu, 2005);

> "Matematik öğretiminde amaç;
>
> Matematiksel düşünce sistemini öğrenmek ve öğretmek, temel matematiksel becerileri (*problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, genelleme, iletişim kurma, duyuşsal ve psikomotor gelişim*) ve bu

becerilere dayalı yeteneklerin gerçek hayat problemlerine uygulamalarını sağlamak,

Bireysel olarak matematik çalışmaları ile gençleri geleceğe hazırlarken kendi matematiksel beceri ve yeteneklerinde ileriye gitmelerini sağlamak, gençlerin gelişen teknolojiyi takip edebilmelerine imkân verecek zihinsel becerileri nasıl kazanabileceklerini öğretmek,

Matematiğin dayandığı esasların bazılarını anlyabilmek, dünya kültüründe ve toplumdaki yerimizi değerlendirebilmek, sanatsal boyut içerisinde de yer alan matematiğin önemini öğretmek,

Matematiğin sistematik bir bilgi ve programlama dili olduğunu kavratmaktır."

Matematik öğretirken, öğrencilerin zihinlerindeki kavramların ve bu kavramlar arası ilişkilerin olgunlaşması için doğal bir sürecin izlenmesi gerektiği anlaşılmaktadır. Zaten, matematik kavramlarının tarihsel süreç içinde ortaya çıkışları incelendiğinde çeşitli ihtiyaçlardan doğan bazı keşiflerden başlayıp şimdiki soyut ve olgun hallerine ulaştığını görmekteyiz. Bu bağlamda, matematik öğretimi için rehber edineceğimiz bir öğrenme ve öğretme kuramı karşımıza çıkmaktadır; "Yapılandırmacı Kuram"

1.2 YAPILANDIRMACILIK KURAMI

Bu öğrenme kuramı Piaget'in (1977) öğrenme teorisini temel alarak ortaya çıkmıştır. Vygotsky'nin öğrenme prensipleri ile yoğrularak olgunlaşmıştır. Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre, insan beyni bilgilerin üzerine yazılacağı boş bir sayfa değildir. Her insan kendi yaşantı ve denemeleri ile kendi bilgisini kendisi yapılandırır.

Piaget'e göre zihin bilgiyi işlerken özümleme (assimilation), uyma (accommodation), dengeleme işlevlerini gerçekleştirmektedir (1977). Çevresiyle etkileşim içinde olan öğrenci bilişsel gelişim süreci içerisinde, zihninde kendi dünyasını kurar ve kişisel yaşantıları, bilgiyi algılama ve yorumlama sonucunda zihinsel yapısını inşa eder. Öğrenci yeni bilgiyle karşılaştığı zaman, bu bilgiyi daha önceden zihinde var olan bilgiyle karşılaştırır. Böylelikle *özümleme* işlevini gerçekleştirir. Eski bilgi ile yeni bilgi arasında bir çakışma varsa yeni bilgiye göre zihnini yeniden yapılandırarak *uyma* işlevini yerine getirir. Tüm bu süreç içinde bir zihnî *dengeleme* işlemi gerçekleşir. Böylece bireyin sorumluluğunda ve kontrolünde bir öğrenme meydana gelir.

Bu teoriyi küçük bir örnek ile açıklayalım; "Bir insan saatin elemanları olarak saniyeleri sayan bir kadran, dakikayı gösterecek bir yelkovan ve saati gösterecek akrep olması gerektiğini görüp anlayarak özümser. Fakat gün gelip de bu öğeleri olmayan eletronik bir saat ile karşılaştığında zihnî muhakemeler ile bu duruma uyum sağlar ve zamanı gösterebilmenin değişik bir biçimde de olabileceğini öğrenir."

Vygotsky'nin öğrenim felsefesi ise keşfederek ve işbirliğine dayalı öğrenmedir.

İşte Piaget'nin öğrenmeyi açıklayan bu teorisi ve Vygotsky'nin görüşleri ışığında, bir öğrenme yaklaşımı olarak yapılandırmacılık, öğrencinin karşılaştığı yeni durumlara daha önceki deneyimlerine göre zihninde bir anlam vermesi, parçalardan bütün oluşturması, bilgiyi zihninde yapılandırması olarak tanımlanabilir.

Bu öğrenme kuramının öncüleri arasında Jean Piaget ve L.S. Vygotsky'den başka William James, John Dewey, F. C. Barlet sayılabilir (Gürol ve Tezci, 2002).

1.2.1 Bir Öğretim Yaklaşımı Olarak Yapılandırmacılık

Geleneksel öğretim yöntemlerinde öğretmen kalıplaşmış bilgiyi öğrenciye verir. Öğrenci ise neden, niçin, nasıl olduğunu sorgulamayan pasif bir alıcı konumundadır. Bireysel farklılıklar, yetenekler, zekâsı, öğrenme hızı gibi kişisel özellikler dikkate alınmamaktadır. Geleneksel öğretim yaklaşımına göre öğrenme bireyin çevresindeki uyarıcılara tepki vermesi ile gerçekleşmektedir (Saban, 2000, s.120).

Yapılandırmacılık yaklaşımının öğrenmeyi nasıl ele aldığını hatırlarsak, bilginin bireye hazır olarak aktarılamayacağını savunduğunu söyleyebiliriz. Bireyin bilgiyi üretmesi için öğrenme süreci içinde aktif olması gerekir. Bir dizi deneyimler ve bir takım zihinsel faaliyetleri gerçekleştirmesi ve bilgiyi özümlemesi gerekmektedir. Bu süreç içinde öğretmen de bireye bilgiyi inşa etmesi için gerekli ortamı hazırlamalı, deneme, keşfetme fırsatları vermeli, yönlendirici bir rol üstlenmelidir.

Geleneksel eğitim yaklaşımında amaç, yapılan plan, belirlenen hedefler yani bir müfredata bağımlı olarak öğretmen merkezli anlayış içinde kalıplaşmış bilgiyi vermektir. Bu yaklaşımda öğrenci dış uyarıcıların pasif bir alıcısı olarak görülmektedir.

Yapılandırmacı yaklaşımda, geleneksel anlayışın aksine öğrencilerin kişisel özellikleri, zekâ ve bireysel farklılıkları dikkate alınmaktadır. Bu yaklaşımla öğretmen ve öğrencinin rolleri farklılaşmıştır. Öğretmen sadece bilgiyi aktaran birinci kaynak olmaktan çıkmış, öğrenciyi bilgiye yönlendiren bir kişi rolünü üstlenmiştir. Öğrenciler ise bilgiyi hazır olarak almayı bekleyen birer birey olmaktan çıkıp, bilgiyi kendisi edinen ve kendine göre yeni bir şekil kazandırmaya çalışan bireyler haline gelmiştir.

Bu öğretim yaklaşımının temel edindiği felsefelerden birisi öğrenme işleminde öğrencinin sorumluluk üstlenmesidir.

Yapılandırmacı öğrenme, öğretmenden çok öğrenci üzerinde odaklanır. Öğrenci obje ve olaylarla interaktif bir iletişim içine girer ve bu obje ve olayların özelliklerine yönelik bir anlama kabiliyeti edinir. Bu şekilde öğrenci kendi kavramlarını ve problem çözümlerini inşa eder. Öğrencinin özerkliği ve müteşebbisliği kabul edilir ve bu yönde teşvik edilir.

Yapılandırmacı öğrenmede öğrenci, kendi çözüm yollarını icat etmeye ve kendi hipotez ve düşüncelerini denemeye teşvik edilir. Yeni bilgileri daha önceki bilgileri üzerine inşa etmesine imkân tanınır.

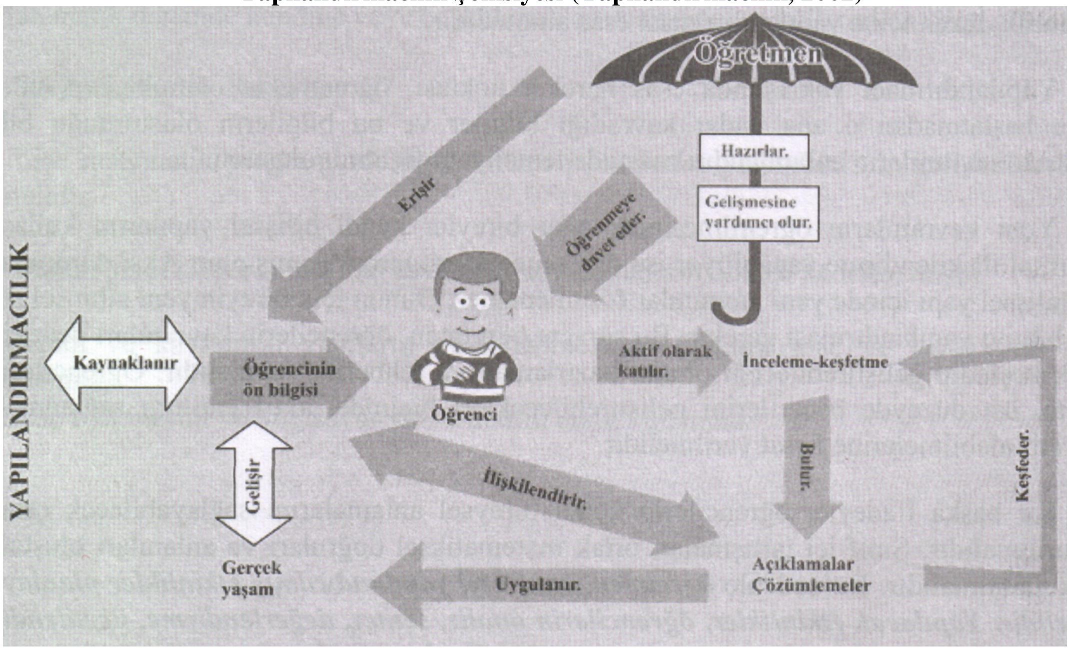
Öğretmenin rolü nakleden ve yönetenden, kolaylaştıran ve beraber çalışana doğru kaymaktadır (Scherman, 1998).

Bir başka ifadeyle, öğrencilerin kendi bireysel anlamalarını sağlayabilecek ortamlar oluşturulmalıdır. Sınıf içi tartışmalar, ortak matematiksel doğruları ve anlamları oluşturmak için kullanılmalıdır. Bu nedenle öğretmen, sınıfa iyi yapılandırılmış etkinlikler planlayarak gelmelidir. Yapılacak etkinlikler, öğrencilerin analiz, sentez, değerlendirme, ilişkilendirme, sınıflandırma, genelleme ve sonuç çıkarma gibi yüksek seviyede matematiksel düşünme becerileri kazandırmaya yönelik olmalıdır.

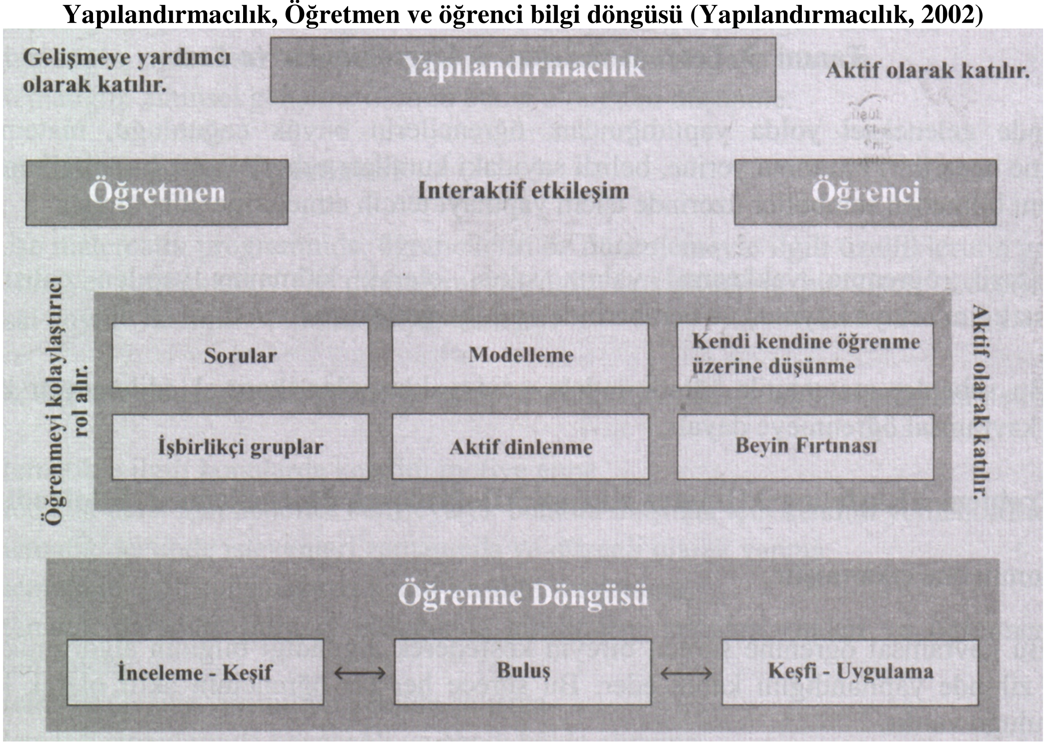
Yapılandırmacı öğrenme ve öğretme ortamında öğretmen ile öğrenci arasındaki ilişkiyi ve genel anlamda yapılandırmacı yaklaşımı açıklayan şematik bir yaklaşım aşağıdaki şekillerde verilmiştir;

Şekil-1.1

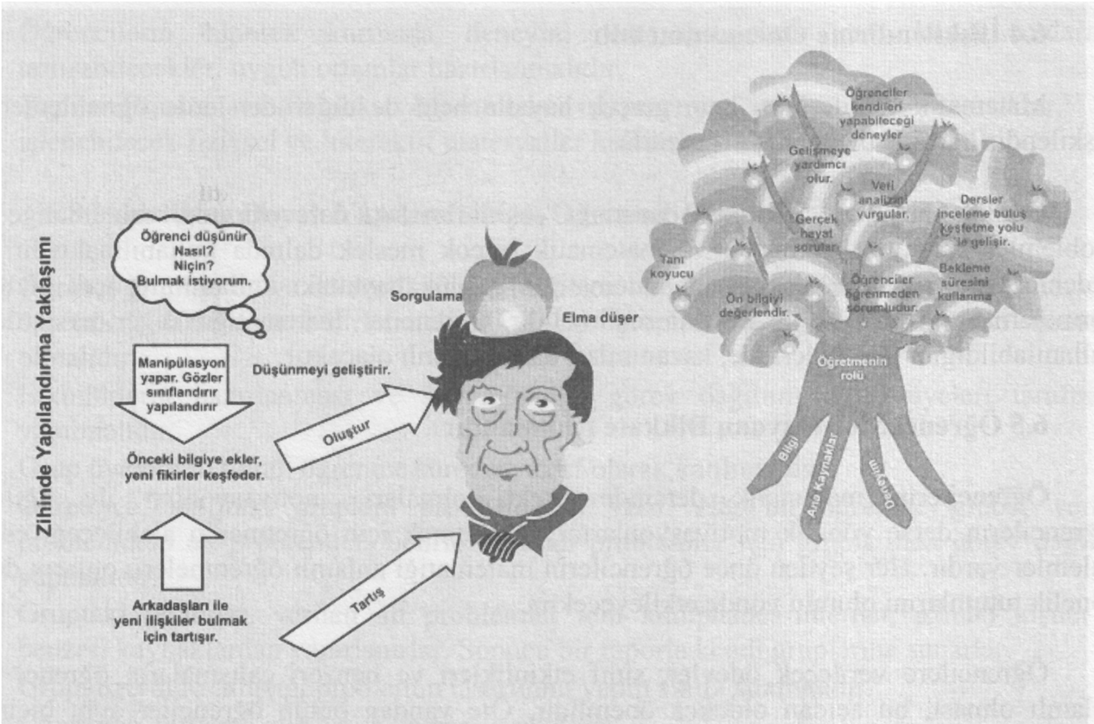
Yapılandırmacılık Şemsiyesi (Yapılandırmacılık, 2002)



Şekil-1.2
Yapılandırmacılık, Öğretmen ve öğrenci bilgi döngüsü (Yapılandırmacılık, 2002)



Şekil-1.3
Yapılandırmacılık Ağacı (Yapılandırmacılık, 2002)



*Not: Yukarıdaki şekillerin orijinalleri “**Ek9**”da incelenebilir.*

1.2.2 Yapılandırmacı Öğretimde Sınıf Ortamı

Lorsbach ve Tobin yapılandırmacı yaklaşım ile öğretimi “*Öğrencilerin sınıfta faaliyet gösteren birer bilim adamı olarak görülmesi*” şeklinde özetlemişlerdir (1991).

Lebow (1993), Savery ve Duffy yapılandırmacı yaklaşımın değerlerinden aşağıdaki öğretim ilkelerini çıkarmışlardır (1995).

1. Bütün öğrenme aktivitelerini daha büyük bir ödev veya probleme bağlamak.
2. Öğrencinin problemin veya görevin bütününe hâkimiyetinin gelişmesini desteklemek.
3. Özgün bir görev tasarlamak.
4. Öğrenmenin bitiminde karmaşık ortamlara da yansıtılabilecek şekilde görevi ve öğrenme ortamını tasarlamak.
5. Öğrencinin bir çözüm geliştirmek için kullanılan sürece hakimiyetini sağlamak.

6. Öğrenme ortamını öğrencinin düşünmesini destekleyecek biçimde tasarlamak.
7. Alternatif görüş ve bağlamlara karşı fikirleri test etmeyi teşvik etmek.
8. Öğrenilen içeriğin ve öğrenme sürecinin yansıtılabilmesini desteklemek ve fırsat vermek.

Henrique 1997 yılında yapılandırmacı ve geleneksel sınıf ortamının özelliklerinin bir karşılaştırmasını aşağıdaki gibi tanımlamıştır.

Tablo-1.1

Yapılandırmacı yaklaşıma sahip sınıf ortamı ile geleneksel sınıf ortamının karşılaştırılması

Geleneksel Sınıf Ortamı	Yapılandırmacı Yaklaşıma Sahip Sınıf Ortamı
Müfredat, temel beceriler vurgulanarak parçadan bütüne doğru sunulur	Müfredat, ana kavramlar vurgulanarak bütünden parçaya doğru sunulur.
Sabit müfredata katıca bağlı kalmak önemlidir.	Öğrencilerin sorularını takip etmek önemlidir.
Program uygulamaları, konu kitabı ve çalışma kitabı üzerine kuruludur.	Program uygulamaları, verilerin ilk kaynaklarına ve el becerilerine dayalı materyaller üzerine kuruludur.
Öğrenciler, öğretmenlerin üzerine bilgi ekleyeceği boş birer pano olarak görülür.	Öğrenciler, dünya hakkında teoriler çıkarabilecek birer düşünür olarak görülür.
Öğretmenler genellikle, bilgiyi öğrenciye neşreden didaktik bir üslup ile davranır.	Öğretmenler, bilgi ile öğrenci arasında aracılık eden etkileşimli bir tavır içinde olur.
Öğretmen öğrencinin öğrenmesini onaylamak için doğru cevabı arar.	Öğretmen, öğrencinin o anki kavramlarını sonraki derslerde kullanabileceği bakış açısını arar.
Öğrenme, öğretimden tamamen bağımsız olarak sınavlar ile değerlendirilir.	Öğrenme, öğrencinin verilen görevleri yerine getirirken yapılan öğretmen gözlemleri ile de değerlendirilir.
Öğrenci temel olarak yalnız çalışır.	Öğrenci temel olarak grup çalışması yapar.

Kısacası bir öğretim stratejisi olarak ele alındığında yapılandırmacılık;

- Öğretmeyi değil öğrenmeyi önemser.
- Öğrencinin özerkliğini ve başkalarının yardımı olmadan karar verebilme yeteneğini benimser.
- Öğrenciyi iradeli ve amaçlı bireyler olarak görür.
- Öğrenmeyi bir süreç olarak düşünür.

- Öğrenciyi sorgulamaya teşvik eder.
- Öğrenmede tecrübenin kritik rolünü kabullenir.
- Öğrencinin doğal merak etme güdüsünü besler.
- Öğrencinin zihinsel modelini dikkate alır.
- Öğrenmeyi değerlendirirken performans ve anlamaya önem verir.
- Kendini bilişsel kuramın prensiplerine dayandırır.
- Tahmin et, yap ve analiz et gibi bilişsel terminolojiyi yoğun olarak kullanır.
- Öğrencinin nasıl öğrendiğini düşünür.
- Öğrencinin diğer öğrenciler ve öğretmen ile diyalog kurmasını teşvik eder.
- İşbirliğine dayalı öğrenmeyi destekler.
- Öğrencilerin reel durumlarla karşılaşmasını sağlar.
- Öğrenmenin oluştuğu bağlamı önemser.
- Öğrencilerin inanç ve tutumlarını düşünür.
- Öğrencilerin, gerçek tecrübelerinden yeni bilgi ve anlayışlar oluşturmalarına fırsat tanır.

Bu bağlamda, yapılandırmacı yaklaşım ışığında yapılacak öğretim faaliyetlerinde öğrenci merkezlilik esastır. Öğrenciler grup çalışmaları, deneyler, proje ödevleri gibi faaliyetler ile bilgiye yönlendirilirler. Bilgiyi kendilerinin keşfetmeleri sağlanır. Bu yol ile her öğrenci kendine göre en uygun bağlamda öğrenir.

1.2.3 "APOS" Matematik Öğrenme Kuramı

Dubinsky ve arkadaşları, yapılandırmacı öğrenme kuramını yorumlayarak, matematiksel kavramların yapılandırılmasına yönelik bir öğrenme kuramı sunmuşlardır (1996).

Dubinsky ve arkadaşlarına göre "Matematiksel bilgi, bir kişinin sosyal bir bağlamda anlaşılan bir problemi kendi zihninde yapılandırarak, tekrar yapılandırarak ve organize ederek, uygun matematiksel işlemler ve nesneler ile cevaplama eğilimidir."

Bu kuram üç tip matematiksel bilgiyi inceler. Bunlar, faaliyetler (Actions), işlemler (Processes) ve nesnelerdir (Objects). Bunlar bir şema (Schema) içinde organize edilir. Dubinsky ve arkadaşları bu kuramı, Action, Process, Object ve Schema kelimelerinin baş harflerinden oluşan APOS kelimesi ile adlandırmışlardır.

Faaliyet (action), nesnelerin yeni bir nesne elde etmek için zihinsel veya fiziksel dönüşümüdür. Bu, kişisel algılar olan uyarıcıya karşı bir reaksiyon şeklinde olur. Bu faaliyet bir gerçeğin hatırlanması ya da fiziksel bir refleks olarak tek adımda da olabilir. Önceki adımın bir sonraki adımı tetiklemesi şeklinde birden fazla adımdan da oluşabilir. Kişi bu tetiklemenin farkında olarak kontrol ederse faaliyet (action) içselleştirilmiş demektir ve *işlem* haline gelir.

İşlem (Process), kişinin farkında olarak kontrol ettiği, nesne ya da nesnelerin dönüşümüdür. İşlemde, kişi dönüşümdeki adımları tanımlayabilir. Birisi bir işlem yapılandırdığı zaman bu bir kaç yol ile dönüştürülebilir. İşlem geriye doğru çalıştırılabilir. Ya da başka işlemler ile koordine edilebilir. Bazen bu koordinasyon yeni işlemler üretir (fonksiyonların bileşkesinde olduğu gibi). Kişi, işlemlerin dönüşümü faaliyetini derinlemesine düşündükçe işlemler zihinde birer *nesne* haline gelmeye başlar.

Bir *nesne* (object) işlemlerin biraraya gelmesi ile yapılandırılır. Bu sentez, kişi işlemin bütününün farkında olduğu zaman başarılır. Nesneler, oluştukları işlemi elde etmek için ayrıştırılabilir. Bu çoğunlukla matematikte önemlidir. Bir kişi bir matematiksel fikrin nesnesi ve işleme kavramı arasında ileri ve geri hareket edebilmelidir.

Şema (schema), faaliyetler, işlemler, nesneler ve diğer şemaların anlamlı bir topluluğudur.

Piaget'nin yapılandırmacılık kuramının özelleştirilerek matematiğe uyarlaması olarak düşünebileceğimiz APOS öğrenme kuramında da doğal olarak öğrenme süreci boyunca yapılandırmacı yaklaşımın prensipleri kullanılmaktadır.

1.3 BİLGİSAYAR CEBİRİ SİSTEMLERİ (BCS)

Bilgisayar Cebiri Sistemleri, matematik ve teknolojinin gelişimine paralel olarak matematiksel işlemleri daha hızlı ve hatasız yapabilen araçlar keşfetme gayretinin bir ürünüdür.

Her çağda matematiksel işlemleri kolaylaştıran araçlar yapılmıştır. Hatta bunlardan birisi şimdi genel matematik olarak okuduğumuz konulara isim kaynağı olmuştur. Kalkulus "*Calculus*", latincede çakıl taşı anlamına gelmektedir. İlk çağlarda çakıl taşları kullanılarak hesaplamalar yapan bir araç icad edilmiştir. Şimdi hâlâ ilkokullarda kullanılan *abaküs* de bu araçlara örnek olarak gösterilebilir. Günümüzde her meslek grubunun kendi özel amaçları için sıkça kullandığı hesap makineleri ise sayısal yöntemler ile hesaplamalar yapabilen teknolojik araçlardır.

Sayısal yöntemlerde kullanılan hesaplamalar, temel aritmetik işlemlerin yanı sıra matematiksel fonksiyonların sayısal değerlerinin hesaplanması, polinomların köklerinin bulunması, başlangıç-değer problemlerinin çözülmesi, sayısal integrasyon ve matrislerin sayısal öz-değerlerinin hesaplanması gibi daha karmaşık işlemleri de içerirler. Ancak bütün bu işlemlerin ortak bir noktası vardır: *Sayılar*. Hesaplamalar sadece sayılar üzerinde gerçekleştirilmektedir. Ayrıca bu hesaplamalar çoğunlukla "kesin" değildirler. Çünkü veriler kayan-noktalı (floating-point) sayılar içerirler ve yapılan işlemler, adım sayısı arttıkça aynı oranda büyüyen bir hata payını da beraberlerinde getireceklerdir.

Matematiksel hesaplamanın diğer bir araştırma alanı, "Sembolik ve Cebirsel Hesaplama" ya da "Bilgisayar Cebiri" olarak adlandırılan ve kısaca, "matematiksel nesnelerin gösteriminde kullanılan semboller üzerinde işlem yapma" şeklinde tanımlanan yöntemleri içerir. Bu semboller tamsayılar, rasyonel sayılar, reel sayılar ya da karmaşık sayılar gibi sayıları gösteren semboller olabilecekleri gibi, polinomlar, rasyonel fonksiyonlar, denklem sistemleri gibi matematiksel nesneleri ya da gruplar, halkalar, cisimler gibi çok daha soyut cebirsel nesneleri gösteren semboller olabilirler (Davenport, Siret ve Tournier, 1993)

Sembolik kelimesi matematiksel problem çözmede ulaşılmak istenen son noktanın çoğu zaman kapalı ve simgesel bir formül biçiminde olduğunu vurgulamaktadır. Diğer bir deyişle ulaşılmak istenen sonuç, analitik olarak ifade edilebilmelidir. *Cebirsel* kelimesiyle ise hesaplamaların kayan-nokta aritmetiği yerine kesin sonuç adımları üzerine kurulu olduğu kastedilmektedir.

Örneğin, $\sqrt{2}$ sembolü ondalık kısmı sonsuza kadar uzayıp giden 1,4142135623730... irrasyonel sayısını göstermektedir. Ancak bu sayısal değerini hiç kullanmadan bu sayıyı 2 ile çarpabilir, dolayısıyla yine bir irrasyonel sayı olan 2,82842712474619... sayısını gösteren yeni bir sembol, $2\sqrt{2}$ elde edilebilir. Görüldüğü gibi burada sayısal değerini hiç kullanmadan doğrudan *sembolleri* kullanarak bir *hesaplama* gerçekleştirdik.

Aşağıdaki tabloda, karşılaştırmalı olarak sayısal ve sembolik metotlar kullanılarak gerçekleştirilmiş bazı hesaplama örnekleri verilmiştir:

Tablo-1.2

Sayısal ve sembolik hesaplamaların karşılaştırılması

Sayısal	**Sembolik**
$2/6 \rightarrow 0.333333$	$2/6 \rightarrow 1/3$
$x+2x \rightarrow x=?$	$x+2x \rightarrow 3x$
$\cos(3.14159) \rightarrow -0.999999$	$\cos(\pi) \rightarrow -1$
$\int_0^{1/2} \frac{x}{x^2-1} dx \rightarrow 0.1438$	$\int \frac{x}{x^2-1} dx \rightarrow \frac{\ln\lvert x^2-1\rvert}{2} + c$
$\left.\frac{dx^2}{dx}\right\rvert_{x=2} \rightarrow 4$	$\frac{dx^2}{dx} \rightarrow 2x$

Amaçları sembolik hesaplama işlemlerini gerçekleştirmek olan, ancak bunun yanı sıra sayısal hesaplamaları da yapabilen bilgisayar yazılımları genel olarak Bilgisayar Cebiri Sistemleri olarak adlandırılırlar.

1.3.1 Bilgisayar Cebiri Sistemi Yazılımlarından Bazıları

- H.G. Kahrimanian(1953); Analytic Differentiation, Yüksek Lisans tezi, Temple University, Philadephia. Tezde UNIVAC 1 için assember programı geliştirdi.
- 1950' li yılların sonu ve 1960' lı yılların başında Massachusetts Teknoloji Enstitüsünde bugün Bugün Bilgisayar Cebri Sistemleri olarak bildiğimiz alanda çalışmalar başlamıştır. Örneğin, J. McCarthy, LİSP, G.E. Collions, Aldes/SAC-II Bilgisayar Cebri Sistemini Geliştirdi.

- **SAC:** 1960' lı yıllarda G. E. Collions yönetiminde Wisconsin Üniversitesinde geliştirilen bir Bilgisayar Cebri Sistemidir. RISC-LINZ olarak gelişim sürecini sürdüren bu Bilgisayar Cebri Sisteminde Polinomlar ve Cebirsel sayılar üzerinde hızlı algoritmalar geliştirilmiştir.
- **MACSYMA:** 1960' lı yıllarda J.Moses yönetiminde Massachusetts Institute of Technology(MIT)' de geliştirilen bir Bilgisayar Cebri sistemidir. Herhangi bir Bilgisayar Cebiri Sisteminde kullanılabilen en büyük Cebirsel algoritmalar kütüphanesi olan genel Bilgisayar Cebiri sistemlerinden biridir.
- **REDUCE:** 1960' lı yılların sonuna doğru A.Hearn yönetiminde Fizik alanındaki problemlere bilgisayar desteği sağlamak üzere University of Utah' da geliştirilen bir Bilgisayar Cebiri sistemidir. Günümüzde, Reduce'ün genel bir Bilgisayar Cebiri Sistemlerinden biri olması için üzerinde yoğun biçimde çalışmalar sürmektedir.
- **MAGMA:** 1970'li yıllarda J. Cannon yönetiminde Sidney'de **CAYLEY sistemine** dayalı geliştirilen Bir Bilgisayar Cebiri Sistemidir Sonlu Geometriler ve Gurup teorisine hesaplama desteği sağlamaktadır.
- **DERİVE:** PC ve küçük bilgisayar sistemleri için Hawaii Üniversitesinde geliştirilen en genel amaçlı Bilgisayar Cebiri Sistemlerinden biridir.
- **MAPLE:** 1980'li yıllarda K.O. Geddes ve G.H. Gonnet yönetiminde University of Waterloo da geliştirilen, halen en geniş kullanım alanı olan Bilgisayar Cebiri Sistemlerinden biridir.
- **MATHEMATICA:** S. Wolfrrame Research Inc. De geliştirilen en yeni Bilgisayar Cebiri Sistemlerinden biridir. Sayısal hesaplamalar ve grafik çizimlerinde etkin kullanımı vardır.
- **AXIOM:** R.D. Jenks yönetiminde, IBM merkezi (Yorktown Heights), geliştirilmiştir. Sayısal ve Cebirsel işlem yapabilen Bilgisayar Cebiri Sistemlerinden biridir.

Genel amaçlı bilgisayar cebiri sistemlerinin yanı sıra, matematik ya da fiziğin belirli bir alanında problem çözmek için geliştirilmiş bazı özel amaçlı yazılımlar da bulunmaktadır. Bunlara örnek olarak grup teorisi için geliştirilen GAP, komutatif cebir için geliştirilen CoCoA ve Lie teorisi için geliştirilen LiE sayılabilir.

1.3.2 Maple

Maple, bilgisayar ile matematik çalışmalarında kullanılan en güçlü Bilgisayar Cebiri sistemlerinden birisidir. Kullanım kolaylığı, genişleyebilirliği, işlem hızı ve minimum düzeyde bellek ve donanım kapasitesi gereksinimi ile Maple, MapleV, Maple6 ve Maple7, Maple8, Maple9 ve son olarak Maple 10 çeşitli düzenlemeleri ile 10 yılı aşkın bir süredir dünya üzerinde başta matematikçiler ve mühendisler olmak üzere 100.000'in üzerinde kayıtlı kullanıcı sayısına sahiptir.

Maple'ın başlıca özellikleri arasında sayısal ve sembolik hesaplama, her türlü matematiksel notasyonu yazabilme, 2 ve 3 boyutlu grafik çizimleri ve grafik animasyonları sayılabilir. Bu özellikleri ile Maple, yoğunlukla analiz (calculus) ve diferensiyel denklemler olmak üzere geometri, lineer cebir, olasılık ve istatistik, ayrık matematik, sayılar teorisi ve nümerik analiz gibi matematiğin pek çok dalında etkin olarak kullanılabilmektedir. Bunların yanı sıra, 2500 dolaylarında hazır matematiksel yordam Maple'ın yordam kütüphanesinde kullanılabilir durumdadır. Ayrıca Pascal benzeri yüksek-düzeyli bir programlama dili sayesinde amaca uygun olarak istenilen uygulamaların geliştirilmesi ve böylelikle kütüphanenin genişletilmesi mümkündür.

Maple, Waterloo Üniversitesinde 1980 yılının Aralık ayında Keith Geddes ve Gaston Gonnet tarafından kurulmuş olan *Symbolic Computation Group (SGC)* tarafından geliştirilmeye başlanmıştır. Bilgisayar Cebiri alanında birçok ispatlanmış teorem ve bunlar baz alınarak yazılmış bilimsel makalenin üzerine kurulan sistem, C programlama dili kullanılarak kodlanmıştır. Günümüzde Maple, tüm sürümleri ile Macintosh, MS Windows, Unix, VMS, NeXT, Ultrix ve UNICOS gibi en popüler ve yaygın işletim sistemleri ortamlarında çalışabilmektedir. Maple çalışma sayfaları (worksheet) bu sistemlerin tümünde ortak bir görünüme sahip olduğundan, işlemler bir platformdan diğerine kolaylıkla taşınabilmektedir.

Ayrıca, Maple'ın son sürümlerinde kullanıcı arayüzü denilen maplet'lara da yer verilmiştir. Bu sayede kullanıcılar Maple'ın klasik çalışma sayfası üzerinde komutları kullanmadan Maple'dan istifade edebilmektedir. Maple'ın kendi kütüphanesinde yer alan hazır maplet'lar bulunabildiği gibi özel amaçlar için maplet'lar da programlanmak suretiyle üretilebilmektedir. Maple'ın bu yeniliği özellikle eğitim amaçlı kullanımlarda çok faydalı olabilir.

1.4 BİLGİSAYAR CEBİRİ SİSTEMLERİ VE MATEMATİK EĞİTİMİ

Çoklu gösterim teknikleri, bilginin farklı biçimlerdeki düzenlemeleri de eğitimde, özellikle matematik eğitimde önemli bir yer almaktadır. Bir bilintinin metinsel, grafiksel, sembolik, resimsel, sesli ve hareketli görüntüler olarak iletiminin nasıl olacağı, bunlar arasındaki etkileşim ve öğrenmeye etkisi konusunda yapılan araştırmalar matematik eğitimine yeni bir boyut getirmektedir (Aşkar, 2004).

Matematiksel objelerin yaşamını analiz edebilmek, anlamlarını bu yapı içinde algılayarak onunla pratikte oynayabilmek insanoğlunun dün olduğu gibi bugün de merak konusu olmuştur. Aslında, matematiksel objelerin zihinde oluşturulabilmesi için fiziksel modellerle anlamlandırılması gerekmektedir. Bir modelin etkinliği, öğrenen kişinin beklenen ilişkiyi o modelden oluşturabilmesine bağlıdır. Bu doğrultuda, Bilgisayar Cebiri Sistemleri ile matematiğin öğretiminde öğrenmeyi düşünebilmek için kuramsal çalışmalar başlatılmıştır (Kutzler, 1994). Antropolojik ve sosyo kültürel yaklaşımların matematiksel çalışmalardaki enstrümanlarda çok önemli rol oynadığı ortaya konulmuştur (Chevallard, 1992).

Bilgisayar Cebiri Sistemleri ile Genel Matematikteki temel kavramların öğretimi için, işbirlikçi ve yapılandırmacı öğretim yaklaşımları esaslarına dayalı yapılan reform çalışmalarında elde edilen etkin sonuçlar bilgisayar cebiri sistemleri ile matematik öğretimi alandaki çalışmaları hızlandırmıştır (Murphy, 2002).

Bilgisayar Cebiri Sistemleri benzetişim yazılımları olarak ele alınabilir. Bir Bilgisayar Cebiri Sistemi yazılımının kullanımında, öğrenciler, bazı kararlar vermek ve verdikleri bu kararın sonuçlarını görmek suretiyle değişkenler arasındaki ilişkileri öğrenebilirler.

Bilgisayar cebiri sistemleri ile öğrenci;

Gözden geçirme: Öğrenmek istediğiniz malzemeyi gözden geçirerek malzemenin nasıl düzenlendiğini anlayabilir. Konunun ana hatlarını düzenleyerek kendi kelimelerinizle kısaca yazabileceği bir "bölge / metin" oluşturabilir. Daha sonraki aşamalarda "bölge / metin" içinde düzenlediği özet bilgiyi aradığında "düzenle / bul" ile bulabilir. Bu şekilde öğrenmekte olduğu bilgileri örgütleyebilir.

Bu ise belleğe büyük yardımı eder. Örgütleyerek organize bir biçimde konuyu çalışarak daha ilk adımda belleğine büyük bir yardım sağlamış olur.

Soru hazırlama: Örgütlediğiniz her konu bölümüyle ilgili kendisi için anlamlı ve öğretmeninin sorma olasılığı yüksek olan sorular hazırlayabilir.

Okuma: Hazırladığı sorulara yardım kullanarak cevaplar arayabilir.

İlişkiler kurma: Soruları cevapladıkça bölümler arasında ne gibi bir ilişki olduğunu daha kolay görebilir. Dersi anlatanın belirli bir plan çerçevesinde bir dizi düşünceyi anlamlı bir biçimde anlatmaya çalıştığını anlatanın kafasındaki planı keşfetmeye çalışabilir. "konuların birbiriyle ilişkisi nasıl kurulmuş?". "konu tümüyle mantıksal bir bütün oluşturuyor mu?" Bu sorulara cevap bulmaya çabalayabilir.

Tekrar etme: Her bölümü bitirince birkaç kere tekrar edebilir ve o bölümde hatırlamakta zorluk çektiği kavramların farkına varmaya ve özellikle o kavramları gözden geçirmeyi kendi kendine başarabilir.

Yeniden gözden geçirme: Konunun tümünü yeniden gözden geçirebilir ve yukarıdaki her adıma tam anlamıyla yapıp yapmadığını kendisi saptayabilir. O aşamada konunun temel bölümlerini ve her bölümdeki ana kavramları zorluk çekmeden hatırlayabilmeni imkânı bulur.

Bu yöntemle örgütleme, ayrıntılama ve ara-bul-geriye getir için alıştırma yapma ilkelerini rahatlıkla kendi kendine başarabilir. Altı aşamalı bu yöntem okullarda ve diğer eğitim kurumlarında öğrenilmesi gereken değişik konular için başarıyla kullanılabilir (Cüceloğlu, 2000).

1.4.1 BCS'nin Matematik Eğitiminde Kullanımının Kronolojik Seyri

Matematik Eğitiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin kullanımı ilk kez 1996 yılında Sevilde yapılan (ICME–8) Uluslarası Matematik Eğitimi Sempozyumunda **Computer Algebra in Mathematics Education** ismi ile uluslarası bir organizasyon belirleme kararı ile başlamıştır.

Kasım 1998: ICTCM–11: Uluslararası kolej matematiğinde teknoloji kullanımı konferansı, Loyola University, New Orleans, USA. Report by Tony Watkins. Electronic Proceedings of the ICTCM conferences.

Ağustos 1999: "CAME workshop at the Weizmann Institute, Rehovot, Israel" Matematikte açıklayıcılık ve açıklığa doğru pedagjik bir araç olarak BCS'nin keşfi.

Kasım 1999: ICTCM–12: Uluslararası kolej matematiğinde teknoloji kullanımı konferansı, San Francisco, USA. Report by Tony Watkins. Electronic Proceedings of the ICTCM conferences.

Haziran 2000: Journées d'étude: Environnements informatiques de calcul symbolique et apprentissage des mathématiques, Rennes, France *(Site in French).*

Kasım 2000: ICTCM–13: Uluslararası kolej matematiğinde teknoloji kullanımı konferansı, Atlanta, USA. Report by Tony Watkins (PDF). Electronic Proceedings of the ICTCM conferences 2001.

Temmuz 2001: CAME Symposium: Bilgisayar Cebiri Sistemleri ile Matematik İletişimi, Freudenthal Institute, University of Utrecht, The Netherlands.

Bu alanda ilk uluslarası Sepozyum 1999 yılında İsrail' de yapıldı ve aşağıdaki konularda makaleler tartışıldı.

- ❖ Matematik öğretiminde BCS kullanımına öğretimsel bir yaklaşım.
- ❖ Matematik öğretiminde BCS kullanımı: Kuram ve uygulmanın sorunları ve olanakları üzerine yansımalar.
- ❖ Öğrencilerin BCS kullanırken karşılaştıkları zorluklar.
- ❖ BCS'nin hikâye problemlerde (story problems) öğretimsel kullanımı.

İkincisi 2001 yılında Hollanda' da yapıldı ve aşağıdaki konularda makaleler tartışıldi.

- ❖ BCS ve teknikler.
- ❖ BCS ve öğretmenler.
- ❖ Halen öğrencilerin öğrenmeleri üzerine yapılan BCS araştırmalarının kuramsal çatısının rolü.
- ❖ BCS ortamının açıklığı (netliği) ve anlaşılırlığı.

Üçüncüsü'de Fransa Reims de yapıldı.

1.4.2 BCS'nin Matematik Eğitimine Kazandırdığı Bakış Açısı

Bilgisayar Cebiri Sistemleri (BCS) birçok bilim dalının yeni ufuklar kazanmasında etkili olan bilgi teknolojilerindendir. Matematik eğitiminin de BCS kullanımından etkilenmesi kaçınılmazdır. Kokol-Voljc, BCS kullanımının Matematik öğretimindeki hedefleri etkilediğini açıklamaya çalışmıştır (2000).

Geleneksel eğitim yaklaşımında matematik öğretimi "algoritma merkezli"dir. Halbuki, matematik dersinin temel amacı "matematiği anlamak – matematiksel düşünme gücü kazanmak" olmalıdır (Kokol-Voljc,2000).

Kokol-Voljc sadece algoritmaların uygulamalarını öğrenen öğrencilere "zanaatkâr" benzetmesi yapmaktadır. O'na gore, "ağaca tırmanırken niçin tırmandığımızı unutmamalıyız" (2000).

Okullarda (ünversitelerde bile) öğrettiğimiz matematik ağırlıklı olarak matematiksel işlemleri uygulama ve bunların pratiğini yapma düzeyindedir. Hâlbuki bu tarz işlemleri BCS en iyi matematikçilerden bile daha hızlı ve güvenilir olarak yapabilmektedir. Bu bağlamda, matematik dersindeki amacımız matematiksel işlemleri ve algoritmaları **uygulayabilmekten**, bu işlem ve algoritmaları uygun amaçlar için **kullanabilmeye ve anlamaya** doğru değiştirilmelidir (Kokol-Voljc, 2000).

Buchberger, 1989 yılında hazırladığı "öğrenciler integrasyon kurallarını öğrenmeli midir?" başlıklı makalesinde de bu değişimi vurgulamaya çalışmıştır (Malabar ve Pountney, 2000).

Brown da "matematiksel okur-yazarlığın kritik olduğuna inanıyorum" diyerek öğrencilerin anlamlı bir matematik eğitiminden geçmesi gerektiğini vurgulamıştır (2001). Masters ve Forsters'a göre matematiksel okur-yazarlık "matematiğin dünyada oynadığı rolü anlama ve teşhis etme kapasitesi, iyi kurulmuş matematiksel yargılar yapabilme" demektir (Brown, 2001).

Ruthven, K. ve arkadaşları araştırmaları sonucunda,

- BCS'nin, somut işlemler döneminde, öğrencilerde bireysel farklılıkları arttırdığı, beceri ve davranışlarına etkisinin az olduğunu,
- Soyut işlemler döneminde, öğrencilerin sahip oldukları kavramlarla bilgi teknolojilerinin çalışması arasında önemli yakınsamalar olduğunu,

- Düşünme sistemlerinin yeniden organizasyonunda, yükseltilmesinde destekleyici bilişsel araçlar olarak rol oynadığını,
- Bilişsel hesaplama yolları ve yazım probleminin üstesinden geldiğini,
- BCS'nin yaptığı hesaplamaları planlama ve izlemek suretiyle, alışılmamış problemlerle çalışma, çözüm stratejilerinin uyum ve özümsenmesine yardım ettiğini,
- İnteraktif öğrenme ortamı sağladığını,
- Aklın sınırlarını genişlettiğini,

rapor etmektedir (Ruthven ve Ark, 1996).

Aspestberger, K. ve arkadaşlarının TI–92 teknolojisini kullanarak, 17/18 yaş grubunda yaptığı çalışmalarda,

– Riemann integralini bir aralık üzerindeki çok ince bölüntüye bağlı hesaplayamayan öğretmenlerin, modelleme ve metot üzerine yoğunlaşması gerekirken, Riemann toplamları ile ilgisi olmayan türevin tersi kavramını seçtiklerini

– Türevin tersini veren kuralları tayin etmek için çok zaman geçirdiklerini,

– Elle hesaplama güçlüklerinin öğretmenleri, basit problemleri seçmeye zorladığı,

– Öğrencileri interaktif öğrenmeden, kritik ve araştırmacı düşünmeden uzaklaştırdıklarını rapor etmektedir.

Matematik Öğretiminde, bu problemlerin giderilmesi BCS'nin kullanılması ile mümkündür (Aspestberger, 1998).

Hannah, J."Grafik hesap makineleri (Bir BCS'dir), bir araç mıdır yoksa bir koltuk değneği midir ?" makalesinde,

– Grafik hesap makinelerinin yeni matematik kavramların keşfedilmesinde zengin bir ortam sunduğu,

– Yeni kavramları oluşturmada, yansıma ve kritik düşünmenin hayati rol oynadığını belirtmekte,

– Çalışırken, öğrenciye bildirilen durum değişmeleri karşısında öğrencinin daha fazla düşünme ihtiyacı duyduğu belirtilmektedir (1998).

1.5 GENEL MATEMATİK VE GENEL MATEMATİK EĞİTİMİ

1.5.1 Genel Matematik

İngilizce "Calculus" olarak adlandırılan, genel matematik matematiğin özel bir dalıdır.

Kalkulus (calculus) kelimesi ile kalsiyum (calcium) kelimesi latince aynı kökten gelmektedir. Eski Romalılar özel olarak hazırlanmış bir tahtanın üzerinde hesaplama yapmak için çakıl taşları ya da kireç taşları kullanırlardı. Orta çağda her türlü hesaplama ve problem çözme metoduna, kireçtaşlarından adını alan "Calculus" denirdi.

Sonraları, ileri matematiğin özel bir uğraşı alanı olan sonsuz küçükler hesabı "*Calculus of infinitesimals*" olarak anılmaya başlandı. Günümüzde ise bu isimlendirme "Calculus" olarak yerleşmiştir.

Kalkulus, matematiğin fonksiyonların analizi ile ilgilenen alanıdır. İncelenen fonksiyonun bağımsız değişken sayısına göre tek değişkenli ya da çok değişkenli analiz olarak karşımıza çıkmaktadır. Kalkulusun, fonksiyonların analizi ile ilgilenmesi dilimizde kısaca "Analiz" adıyla anılmasına sebep olmuştur.

Analiz, ülkemizde liselerimizin son sınıflarındaki matematik dersinin bir konusu olarak okutulmanın yanı sıra yine ülkemiz ve dünya üniversitelerinde, başta matematik olmak üzere matematikten yararlanan fizik, kimya, biyoloji gibi temel bilimler, mühendislik bilimleri ve iktisadi bilimler gibi bölümlerin birinci sınıflarında çeşitli düzeylerde okutulan temel derslerden biridir.

1.5.2 Genel Matematik Eğitimi

Kasten ve arkadaşlarının yapmış oldukları çalışmada Analiz eğitminin öğrencilere iyi bir hizmet veremediğini belirtmektedir (1988).

NCTM'ye göre genel matematik dersi sayesinde lise öğrencileri aşağıdaki yetenekleri edinmelidir (1987);

- Öğrenciler, analiz konuları üzerinde sayısal ve grafiksel olarak informal keşifler yapabilmeli,
- Her öğrenci bir grafiğin maksimum ve minimum noktalarını belirleyebilmeli,

- Problem durumlarındaki sonuçları yorumlayabilmeli,
- Limit kavramını araştırabilmeli,
- Sonsuz dizi ve seri kavramlarını irdeleyerek eğri altında kalan alanı araştırabilmeli,

Ayrıca üniversiteye gitmeye niyetlenen öğrenciler;

- Limit kavramının,
- Eğri altında kalan alanın,
- Değişim oranının,
- Teğet doğrusunun eğiminin,

Kavramsal temellerini anlamalı ve

- Polinom, rasyonel, köklü ve transandantal fonksiyonların grafiklerini analiz edebilmelidir.

1986 ve 1987'de yapılan konferanslarda (Toward a Lean and Lively Calculus, 1986, and Calculus for a New Century, 1987) mühendislik, fizik, iktisat, biyoloji ve sosyal fen bilimleri öğrencilerinin öğrendiği analizden memnun olmadıkları tespit edilmiştir. Bu alanların çoğu, öğrencilerin önemli düzeyde hesaplama yeteneğine sahip olmaları yerine, analizin temel konularında kavramsal anlayışa sahip olmalarını istemektedirler.

Kasten ve arkadaşlarının 1988 yılında ABD üniversitelerindeki analiz eğitimini tasvir eden aşağıdaki yazısı ilgi çekicidir;

> "Üniversitelerde ideal bir analiz dersinin kavramsal anlamaya yönelik olması konusunda bir fikir birliği olmasına rağmen, üniversitelerde okutulan analiz derslerinin final sınavları incelendiğinde %90 oranında hesaplamaya yönelik sorular olmasına rağmen kavramsal anlamaya yönelik soruların sadece %10 düzeyinde kaldığı gözlemlenmiştir (Steen, 1987). Steen, son 20–30 yıl içerisinde üniversitelerdeki analiz müfredatının dramatik bir şekilde değiştiğini ve bu değişiminin hiç de iyi bir yönde olmadığını gözlemlemiştir. Analizin doğası ile ilgili kavramsal anlamadan ziyade makinelerin en iyi şekilde yapabileceği hesaplama becerileri üzerinde aşırı derecede zaman harcanmaktadır.
>
> Anderson ve Loftsgaarden (1987) tarafından yapılan bir çalışma üniversite seviyesindeki analiz derslerinin yalnızca %15'inde bilgisayar

kullanıldığına işaret etmiştir. Bu bir alarmdır. Çünkü neredeyse bütün matematik kullanıcıları teknolojiyi yoğun bir şekilde kullanmaktadır.

Teknolojinin analiz dersleri ile bütünleşme eksikliğinin yanı sıra, derslerin çoğu etkili değildir. Bu durumun bazı sebepleri aşağıdaki gibi sıralanabilir;

- Araştırmayı ödüllendiren ancak mükemmel öğretimden sorumlu tutmayan akademik sistem,
- Öğretim elemanı başına düşen öğrenci sayısının çok yoğun olması,
- Niteliksiz öğretim elemanları,
- Dersi alan öğrencilerin yetersizliği

Üniversiteler yaratıcı, anlayışlı ve daha fazla öğrencinin derslerinde başarılı olmalarını sağlayacak bir öğretim sağlamak için çeşitli yollar aramalı ve bulmalıdırlar.

Analiz dersinin, temelinde matematik olan bilimsel kariyerlerin başlangıcındaki önemli bir nokta olduğu konusunda bir fikir birliği mevcuttur. Analiz içeriği ve öğretimi önemli bir gelişime ihtiyaç duymaktadır. Müfredat ve öğretim, öğrencilerin temel kavramlardaki anlayışlarını geliştirme ve bu kavramları uygulamadaki yeteneklerini kuvvetlendirmek amacı ile teknolojinin avantajlarını kullanmalıdır.

Matematiği kullanmakta olan çeşitli bilim dalları, öğrencilerinin matematik bölümlerinde aldıkları analiz derslerinden memnun değildir. Bu bilim dalları öğrencilerinin aldıkları analiz derslerini geliştirmek için matematik bölümleri ile çalışmak istemektedirler.”

1.6 ARAŞTIRMANIN AMACI

Yukarıda, 1980’lerde ABD üniversiteleri için genel matematik eğitiminin durumu anlatılmıştır. Ülkemiz açısından baktığımızda, bugünlerde aynı sorunu bizim yaşadığımız apaçık ortadadır. Ülkemizde üniversiteye öğrenci seçmek amacı ile uygulanan sınav sistemi de öğrencilerimizi ezber yapmaya yönlendirmektedir. Bu sınav sisteminin bir sonucu olarak, öğrenciler ortaöğretimde kavramsal öğrenmeyi ve konular üzerinde derinlemesine akıl yürütmeler yapmayı gerekli görmemektedirler. Daha da kötüsü, öğretmenlerimiz de bu durumu isteyerek ya da istemeyerek desteklemek zorunda kalmaktadırlar. Çünkü ülkemizde okulların ve öğretmenlerin başarısını gösteren birinci faktör olarak üniversiteye yerleştirdikleri öğrenci sayısı kabul edilmektedir.

Netice olarak, orta öğretim eğitimini tamamlayan öğrencilerin ilk %5'lik diliminin 4 yıllık bir fakülteye devam ettiğini düşündüğümüzde üniversitelerimizdeki matematik öğretiminin de en az orta öğretim kurumlarımızdaki matematik öğretimi kadar önemli ve dikkatli bir şekilde ele alınması gereken bir konu olduğu karşımıza çıkmaktadır. Çünkü seçilmiş ve başarılı olduklarını düşündüğümüz gençlerimiz üniversitelerde okumaktadır ve hem yerel hem de küresel platformda çeşitli başarılar beklediğimiz zümre bu zümredir.

Bu bağlamda, özel olarak üniversitelerimizde okutulmakta olan genel matematik dersi göz önünde bulundurulmuş ve bu dersin temel konuları niteliğinde olan Limit, türev ve integral konularının kavramsal temelini oluşturan limit kavramının öğretimi bu araştırmanın amacı olarak seçilmiştir.

Önceki bölümlerde de anlatıldığı gibi, matematik öğretimi yapılandırmacı kuram temelinde bir öğretime dayandırılmalıdır. Ayrıca bütün dünyada, genel matematik konularının öğretiminde teknoloji desteğinden maksimum düzeyde yararlanma konusunda önemli bir yaklaşım gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak, bu araştırmada "Üniversitelerin 1. sınıflarında okutulan genel matematik derslerindeki limit konusunun öğretiminde, yapılandırmacı eğitim kuramı ışığında tasarlanan bilgisayar cebiri sistemi destekli bir öğretim ortamı ile sadece yapılandırmacı eğitim kuramı ışığında hazırlanan öğretim ortamı arasında matematiksel başarı ve tutum açısından anlamlı bir fark var mıdır?" sorusuna cevap aranacaktır.

1.6.1 Alt Problemler

1. Üniversitelerin 1. sınıflarında okutulan Genel matematik derslerindeki Limit konusunun öğretiminde, yapılandırmacı eğitim kuramı ışığında tasarlanan bilgisayar cebiri sistemi destekli öğrenim gören öğrenciler ile bilgisayar desteğinden yararlanılmadan, sadece yapılandırmacı eğitim kuramı ışığında öğrenim gören öğrencilerin akademik başarıları;

    a) Genel başarı

b) İşlemsel beceri
c) Kavramsal anlama
d) Problem çözme becerisi,

Araştırmaya katılan öğrencilerin cinsiyetleri açısından anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

2. Üniversitelerin 1. sınıflarında okutulan Genel matematik derslerindeki Limit konusunun öğretiminde, yapılandırmacı eğitim kuramı ışığında tasarlanan bilgisayar cebiri sistemi destekli öğrenim gören öğrenciler ile bilgisayar desteğinden yararlanılmadan, sadece yapılandırmacı eğitim kuramı ışığında öğrenim gören öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

3. Uygulamaya katılan öğrencilerin uygulama süreci ile ilgili görüşleri nelerdir?

1.6.2 Araştırmanın Önemi

Bu araştırma ile limit kavramının öğretilmesine yönelik alternatif bir öğrenme ve öğretme ortamı hazırlanması hedeflenmektedir. Temelleri sağlam olan bir öğrenme kuramına bağlı olarak oluşturulan pedagojik stratejiler ile algılanmasındaki güçlük herkesçe kabul edilen limit kavramının öğretilmesi oldukça önemlidir. Çünkü genel matematikteki bu konuyu takip eden türev ve integral kavramlarının keşfedilme felsefesi limite dayanmaktadır.

Ayrıca, alan eğitimi ile ilgili araştırmaların yeni yeni olgunlaştığı ülkemizde henüz üniversite öğrencilerinin fen alanlarındaki eğitimi yeteri kadar dikkate alınmamaktadır. Üniversitelerde öğretilmesi gereken ve anlaşılması güç olan konular için "*nasıl olsa öğrenciler çalışıp öğrenirler!*" görüşü hâkimdir. Üniversitelerimizdeki klasik eğitim anlayışı ile matematiğe bir gizem katılmaktadır. Bu yüzden birçok temel kavram yüksek lisans ve hatta doktora seviyesinde yeni yeni gerçek anlamda kavranmaya başlanmaktadır. Bir bakıma öğrenciler kendi yetenek ve motivasyonlarının elverdiği ölçüde öğrenmektedirler.

Bu çalışma, günümüzde ilk ve ortaöğretimde sıkça uygulanmaya çalışılan ve uygulanması belli otoritelerce de tavsiye edilen pedagojik stratejilerin üniversitelerimizde de uygulanabilirliğini göstermek açısından önemlidir. Bu yolla, yukarıda tasvir edilen ortamın bir ölçüde olumlu yönde kırılabilmesinde yönelik adımlar atılabilecektir.

1986 yılında genel matematik öğretimi konusunda Sloan Vakfı sponsorluğunda yapılan Tulane Konferansı, bilim adamları ve eğitimcilerde büyük ilgi uyandırmıştır. Bu ilgi, öğrencilerin genel matematik derslerini düşük başarı ile tamamlamaları ve bunu gidermek için de uygun teknolojinin programa sokulması gerektiğini ihtiva ediyordu. Konferans sonrasında Üniversitelerin Matematik Fakültelerinde bunun kaçınılmaz olduğu düşüncesi oluştu (Douglas, 1986).

Literatür incelendiğinde, limit, türev ve integral gibi genel matematik konularının öğretimini ve bu konuların öğretiminde teknoloji kullanımını konu alan pek çok yabancı kökenli araştırmaya rastlanmaktadır (ilgili araştırmalar kısmında bunların bazılarına yer verilmiştir). Ancak ülkemizde bu konuların öğretimine yönelik araştırmalar oldukça az olmakla beraber, bu konuların teknoloji destekli öğretimini inceleyen araştırmalara ise hiç rastlanmamaktadır. Bu çalışma ülkemizde bir ilk olması açısından da önem arz etmektedir.

Bu araştırmanın, BCS'nin öğretimde kullanılması ile öğretim amaçlarımıza ve ölçme-değerlendirme prensiplerimize kazandırılacak yeniliklerin de incelenecek olması ve bu yönde verilebilecek somut öneriler üretmek açısından da önemli olduğu öngörülmüştür.

1.6.3 Sayıltılar

1- Araştırmaya katılan öğrencilerin bilgisayarla çalışma zamanlarının eşit olduğu kabul edilmiştir.

2- Araştırma gruplarına dâhil olan öğrenciler, öğrenim gördükleri ilde yeni tanışmış olduklarından ve her biri farklı yerlerde ikamet ettiklerinden genel olarak birbirleri ile etkileşim içerisinde olmadıkları varsayılmaktadır.

3- Araştırmada kullanılan ölçeklerin kapsam geçerliliği ile ilgili görüşü sorulan uzmanların ve uygulama ile ilgili görüşlerini sunan öğrencilerin objektif ve samimi oldukları varsayılmaktadır.

1.6.4 Sınırlılıklar

1- Araştırmanın uygulaması süresince araştırma gruplarının her biri için ders saati sayısı (haftada 6 saat) eşit tutulmuş, zamanlama yönünden hiçbir özel önlem alınmamış, fakültece belirlenen koşullara uyulmuştur.

2- Araştırma gruplarından BCS kullanacak olan gruba verilen BCS eğitimi toplam 6 saat ile sınırlıdır.

3- Araştırmanın uygulama dersinin anlatımı toplam 28 saat ile sınırlıdır.

1.6.5 Tanımlar

Bu araştırmada sıkça kullanılacak bazı terimler eksik anlamalara sebebiyet vermemek için aşağıda araştırmada kullanılacağı anlamları ile tanımlanmıştır.

Geleneksel öğretim: Öğrencilerin kendi bilgilerini yapılandırmalarına fırsat vermeden direk olarak sunulmasının prensip edinildiği öğretim yaklaşımı.

BCS: İngilizce "Computer Algebra Systems" olarak bilinen Bilgisayar Cebiri Sistemleri'nin kısaltmasıdır.

Anlamlı öğrenme: Gerçekleşen her yeni öğrenmenin önceden öğretilmiş bilgiler ile anlamlı bir şekilde bütünleşmesi ile oluşan öğrenmedir (Ausubel, 1968).

Gerçek Hayat Problemleri: Teorik matematik konularının gerçek hayat ile ilişkilendirilmesi sonucu ortaya konulmuş problemlerdir. Burada özellikle, "günlük hayat" yerine "gerçek hayat" kullanımı tercih edilmiştir. Çünkü "günlük hayat" denilince rutin yaşantımız içerisinde karşılaşılabilecek problemler akla gelmektedir. Oysa geniş düşünüldüğünde her teorik konu gerçek hayat ile bağdaştırılabilir.

NCTM: Amerika birleşik devletlerin'de bulunan Ulusal Matematik Öğretmenleri Birliği açık yazılışı "National Council of Teachers of Mathematics". NCTM matematik öğretimi için aşağıdaki temel standartları benimsemekte ve önermektedir.

- Kavramsal anlama.
- Kavramlar arası ilişkiler kurma.
- Öğrenilenleri gerçek hayata transfer ederek bilgiyi kullanabilme.

Formal tanım (formal yaklaşım): Bir matematiksel kavramın evrensel olarak kabul görmüş, matematik otoritelerince benimsenmiş ve basılı kaynaklara geçmiş hali ile tanımlanmasıdır.

İnformal tanım (informal yaklaşım): Matematiksel kavramların, bireyin kendine has cümleleri ile kendi anladığı biçimde yapılan tanımlamalarıdır. Bir bireyin oluşturduğu informal tanım ile formal tanımın aynı anlamı ifade etme düzeyinin yüksek olması bireyin kavrama seviyesinin yüksek olduğunu gösterebilir.

Analiz: Limit, türev ve integral gibi kavramları konu alan ve sonsuz küçükler analizi de diyebileceğimiz matematik dersi. Ülkemizde genel matematik adıyla da anılmaktadır. Bu araştırmada da "genel matematik" olarak bahsedilmekle beraber zaman zaman analiz adı da kullanılacaktır.

1.7 İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, Matematik öğretiminde BCS kullanımı ve limit öğretimi ile ilgili yurt dışı ve yurt içi araştırmalardan bazıları özetlenecektir.

1.7.1 Limit Öğretimi İle İlgili Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar

Tall ve Vinner, kavramsal ağırlıklı çalışmalarında 4 kişilik bir öğrenci grubu ile yapılan görüşmeden kısaca bahsetmektedir. Çalışma, bunun haricinde nicel bir ağırlıktadır. Araştırmacılar birinde 36 diğerinde 70 öğrenci bulunan iki grup lisans öğrencisi üzerinde çalışmışlardır. Öğrencilere kısa cevaplı sorular yönlendirilmiş ve verdikleri cevaplar sınıflandırılmıştır (1981).

Bu çalışma kavram görüntüleri (*bir kavram ile ilgili olarak öğrencinin zihninde oluşturduğu görüntü*), kavram tanımları (*öğrenci veya öğretmen tarafından kullanılan ve kavramı açıklayan kelimeler topluluğu*) ve kavram tanımı görünümleri (*kavram tanımının anlamı ile öğrencinin zihninde oluşan görüntü*) merkezlidir. Tall ve Vinner şöyle yazmışlardır:

> "Matematikte karşılaştığımız birçok kavram, formal olarak tanımlanmadan ve karmaşık bilişsel yapısına kavuşmadan önce kısmi olarak da olsa kişilerin zihninde mevcuttur. Bu çalışmada biz bu olayı özel olarak limit ve süreklilik kavramları üzerinde analiz edeceğiz (s151)."

Tall ve Vinner'dan alınan bu paragraf, matematik kavramlarının yapılandırmacı kuram temelinde öğretilmesi gerekliliğini bir kez daha yansıtmaktadır.

Tall ve Vinner'ın çalışmalarından, bir İngiliz üniversitesinde yapılan ankette sorulan aşağıdaki soruyu nasıl analiz ettiklerini görmekteyiz (1981),

$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{9}{10}+\frac{9}{100}+\frac{9}{1000}+\ldots+\frac{9}{10^n}\right)$ limitini hesaplayınız, limitin bir tanımını veriniz. 0,999… (tekrarlıyor) = 1 olup olmadığını, cevabınızın sebebini de vererek, söyleyiniz.

36 öğrencinin sadece 14'ü (%39) doğru cevap olan 2 cevabını vermişler fakat bu öğrenciler yanlış olarak 0,999…'un 1'den küçük olduğunu söylemişlerdir. Tall ve Vinner "açıkça bu iki soru limit alma işleminin kavram görüntüsünün farklı parçalarını uyarmıştır." demişlerdir.

Bir sonraki testte, aynı öğrencilerden aralarında 0,333… ve 0,999… gibi sayılar da olan bazı ondalık sayıları kesir olarak yazmaları istenmiştir. Daha önce 0,999…<1 diyen 14 öğrencinin 13'ü bu kez 0,999…=1 cevabını vermişlerdir. Öğrencilerin cevaplarında sıklıkla bir bilişsel çatışma içerisinde olduklarını gösteren işaretlere rastlanmaktadır. Tall ve Vinner buna potansiyel bilişsel çatışma adını vermiştir. Çünkü bu ondört öğrenci ilk testte hatalı cevap vererek potansiyel bir bilişsel çatışma işareti göstermişler, ancak ikinci testteki cevapları ile bunun gerçek bir bilişsel çatışma olmadığını göstermişlerdir.

Gerçek bir bilişsel çatışmaya sahip öğrenciler benzer örneklerde hatalı cevap verme eğilimlerini devam ettirmişlerdir. Örneğin bir dizinin hiçbir teriminin dizinin limitine eşit olamayacağını savunan dört öğrenci, 0, 1/4, 0, 1/8, 0, 1/12, . . . veya $s(n)=\begin{cases}0 & ,n\ tek\ ise\\ \frac{1}{n} & ,n\ çift\ ise\end{cases}$ gibi limiti ile bazı terimlerinin eşit olduğu örnekler ile karşılaştıklarında bu dizilerin reel dizi tanımına uymadığını savunmuşlardır. Hâlbuki bu diziler de formal dizi tanımına uygundur.

Burada, öğrencilerin kavram görüntüleri ile kavram tanımı görüntüleri arasında bir çatışma olduğu görülmektedir. Bu, üniversite öğrencilerinin birçoğunda görülmektedir. Kavram görüntüsünün kuvvetli ancak kavram tanımı görüntüsünün zayıf olduğunu işaret etmektedir.

Son olarak Tall ve Vinner, daha önce A-seviyesini geçmiş ya da lisedeyken B-seviyesinde matematik dersi almış, 70 üniversite 1. sınıf öğrencisine bir anket uygulamıştır. Öğrencilerden öncelikle $\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = 3$ ifadesinin ne anlama geldiğini açıklamaları istenmiştir. Sonraki sayfada "$\lim_{x \to a} f(x) = c$" ifadesinin tanımını bildikleri gibi yazmaları istenmiştir. Dinamik cevap veren 31 öğrencinin tamamı, tanımlamaya cevap vermeyen 21 öğrenci gibi, örneğe de dinamik bir yaklaşım sergilemişlerdir. Doğru formal tanım veren yalnızca 4 öğrencinin de 1'i örneğe dinamik yaklaşım ile cevap vermiştir.

Yanlış formal tanım veren 14 öğrencinin de yalnızca 4'ü örnek için formal tanımlamalarını kullanırken, 10 tanesi dinamik yaklaşımla örneği cevaplandırmışlardır. Bu öğrenciler için, tanımın zihinlerinde farklı bir görünüm, kavramın ise daha farklı bir görünüm oluşturduğunu anlayabiliriz. Yanlış bir tanım yaptıklarından, kavram tanımı görünümünün zayıf ya da hatalı olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca limit kavramının görüntüsünün, tanımın zihinlerinde oluşturduğu görüntü ile çatışma halinde olduğu veya bağlantısız olduğu da anlaşılabilir.

John Monaghan (1991) limit öğrenimi ve öğretimi sırasında kullandığımız dilin etkisi üzerinde çalışmıştır. Günlük hayatta tanıdık olduğumuz kelimeler matematikte ince farklılıklar taşımaktadır ve öğrenciler bu ikisini karıştırabilmektedir. Monaghan şöyle yazmaktadır;

> "Bu çalışmada, tabiatında anlam yönünden belirsizlikler barındıran tends to (meyletmek), approaches (yaklaşmak), converges (birleşme, yakınsama), ve limit (limit-sınır) kelimelerinin öğrencilerin anlayışını nasıl etkilediği araştırılmıştır.(s120)"

Monaghan, matematikte O-seviyesini geçmiş ve A-seviyesi çalışmalarının birinci yılında olan 16 yaşındaki 54 İngiliz lise öğrencisi üzerinde bir anket yönetmiştir. Öğrencilerin 27'si A-seviyesinde matematik çalışırken diğer 27'si çalışmıyordu. Anketten bir ay sonra öğrenciler ile görüşmeler yapılmıştır. Sonraki yıl anketin yenilenmiş bir versiyonu 190 öğrenci üzerinde uygulanmıştır. Bu gruptaki öğrenciler de ilk örneklemdeki gibi seçilmiştir. Bu grubun da 114'ü A-seviyesinde matematik çalışıyordu. İkinci örneklemdeki öğrenciler ile görüşme yapılmamıştır.

Likert tipindeki bazı maddeler her iki ankette de ortaktır ve aynı soru, 4 kelime ayrı ayrı kullanılarak sorulmuştur.

Maddelerden birinde, 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, … dizisinin limitinin 1 mi yoksa 0.999…'mu (tekrar ediyor) olduğu sorulmuştur. Diğer 6 maddede ise sürekli eğriler verilip hepsinin 0'a yakınsayıp yakınsamadığı sorulmuştur. Bu eğrilerin 2'si gerçekte 1'e yakınsamaktaydı. Bu maddelere ilave olarak ilk örneklemdeki öğrencilerden dört kelimenin cümle içinde kullanıldığı 4 ayrı cümle yazmaları istenmiştir. İkinci örneklemdeki öğrencilerden ise sadece limit kelimesini kullanmaları istenmiştir.

Bir matematikçi için bu kelimelerin hepsi aynı anlamı ifade etse de öğrenciler, eğri için de, dizi için de aynı kelimeyi kullanmada hem fikir olurken aynı durum diğer kelimeler için görülmemiştir. Örneğin, ikinci örneklemdeki öğrencilerin %66'sı meyilli "tends to" kelimesini kullanmayı tercih ederken sadece %22'si birleşme-yakınsama "converge" kelimesini tercih etmişlerdir.

Likert tipindeki anketin nicel analizi, öğrencilerin bu dört kelimeye çok farklı anlamlar yüklediğini göstermiştir. Monaghan, öğrencilerin her kelimeyi cümle içinde kullanma şekillerini inceleyerek öğrenciler için genelde nasıl anlamlar ifade ettiklerini sınıflandırmıştır.

Limit, çoğunlukla bir sınır olarak görülmektedir. Bazı örnekler yasal sınırlar ile ilgilidir. Örneğin hız sınırı gibi (*hız sınırı her ne kadar yasak da olsa geçilebilir*). Diğer ***limit*** kavramları ise fiziksel veya zihinsel yetenekler ile ilgilidir. Birinin zıplayabildiği yükseklik ya da birinin sabrının sınırı gibi.

Yaklaşma, dinamik (hareketli) algılanmaktadır. Bir şeyin başka bir şeye doğru hareketini içermektedir. Bir nesnenin yaklaşması ve sonunda erişmesi söz konusudur. (*tren istasyona yaklaştı.*) Bazen de çok yaklaşması ancak erişememesi de düşünülmektedir. $f(x)=1+\frac{1}{x}$ eğrisi için ilk örneklemin üçte biri, ikinci örneklemin ise yarısı x değişkeni arttıkça $f(x)$ değeri azalacağından grafiğin $y=1$ noktasında bir asimptotu olsa da, 0'a yaklaşıyor demiştir.

Meyletmek, kişisel eğilim olarak algılanmaktadır. "*jeans giymeye meyillidir*", "*çok içmeye meyillidir*" gibi. Likert tipindeki ankete verilen cevaplarda öğrenciler genelde yaklaşma ile meyilli olmayı matematiksel olarak aynı anlamda düşünmüşlerdir. İkisi de hareketli bir anlam içermektedir. Genellikle de yaklaşılan noktaya ulaşılamamaktadır.

Yakınsama-birleşme de dinamik (hareketli) olarak algılanmaktadır. Fakat genelde iki sürekli nesnenin birleşmesi olarak algılanmaktadır. "*yollar birleşti*", "*ışınlar birleşti*" ya da "*futbolcular topta birleşti*" gibi. Öğrencilere göre bu kelime meyletme ve yaklaşmadan farklı olarak erişerek yaklaşma anlamı taşımaktadır.

Monaghan şunları, Tall ve Vinner'dan (1981) alıntı yapmıştır:

> "Matematiksel olarak aynı anlama gelen kelimeler, doğal kullanımlarında farklı anlamlara gelebilmektedir. Sonuç olarak, bu durum aynı matematiksel kavram için farklı kavram görüntüleri oluşmasına sebep olabilmektedir." (s.24).

Öğrencilerin kendi kavramlarını tartışmaları ve keşfetmelerine izin verilmelidir. Matematiksel kelimelerin gündelik anlamlarının onları nasıl bir yanılgıya götürebileceğini anlamalarına imkân tanınmalıdır.

Steven Williams, öğrencilerin karşılaştığı anormal örneklere verdikleri cevapları incelemiştir (1991).

Williams, bir üniversitenin 341 calculus öğrencisi üzerinde kısa bir anket düzenlenmiştir. Öğrencilerden, limit ile ilgili 6 ifadenin doğru ya da yanlış olduğunu işaretlemeleri ve hangi ifadenin limiti en iyi tanımladığını seçmeleri istenmiştir. Williams, anketin sonuçlarını incelemiş ve en net ve açık bir şekilde dört ortak informal limit görüşünden birini sunan on öğrenci seçmiştir. Bu görüşlerden ikisini sunan 4 öğrenci ve diğer ikisini sunan 1 öğrenci seçmiştir. 7 haftalık bir dönem boyunca her denek ile 5'er kez görüşülmüştür.

Bir saat süren ilk görüşmede öğrencilerin açık ve net bir şekilde limit kavramını sunabilmeleri üzerinde yoğunlaşılmıştır. Her biri yarımşar saat süren sonraki üç görüşmede görüşmeci tarafından sunulan durumlara bağlı olarak, öğrenciler limit görüşlerini açıklamışlardır. Daha sonra, mevcut kavramlarındaki güçlüklere dikkat çeken ve görüşlerini değiştirmeye yönlendirici konuların içerildiği limit problemleri üzerinde çalışmışlardır. Yine bir saat süren son görüşmede ise, Williams öğrencilerin daha önceki görüşmelerde sergiledikleri limit görüşlerini ortaya koymuş ve bu görüşlerini niçin değiştirdiklerini ya da değişmedi ise neden değiştirmediklerini sormuştur.

Bu görüşmelerden sonra, Williams öğrencilerin limit görüşleri ile ilgili bazı genellemeler yapmıştır.

Öğrenciler basit ve pratik limit modellerini matematiksel formaliteden (resmi tanımlar kastediliyor.) daha önemli görüyorlar. Özellikle sınıf ortamında limitin realiteleri göz önüne alındığında bu oldukça doğrudur. Çünkü öğrenciler için bu basit ve pratik limit modelleri sınavlarda başarılı olmak için yeterli görülmektedir.

Öğrencilerin formal bilgileri (sürekli fonksiyonlarda yerine yazma, çarpanlara ayırma, sadeleştirme, eşlenik kullanma ve L'Hopital's kuralını uygulama gibi…) kavramsal bilgilerinden olukça ayrıktır.

Robert Davis ve Shlomo Vinner Urbana'daki üniversite lisesinde öğretmenler ile çalışmıştır (1986). Öğrencilerin limit kavramlarının gelişimi üzerine odaklı bir çalışma yürütmüşlerdir. Davis ve Vinner, öğretimdeki değişikliğin umdukları kadar başarıyı etkilemediğini tespit etmiştir. Davis ve Vinner, bekledikleri sonucu alamayınca, öğrencilerin limit kavramlarının nasıl geliştiğine dair bir çalışma yürütmüşlerdir.

Öğrenciler Genel matematik dersinin ilk senesinde, teorem ispatlamada, tanımları ifade etmede, hatalı tanımlara yönelik örnekler üretmede önemli bir hâkimiyet göstermişlerdir. Daha sonraki okul yılının ilk gününde, 15 öğrenciye informal olarak kendi sezgileri ile bir dizinin limitini tanımlamaları ve tam bir formal tanım vermeleri istenmiştir. Cevapları, hiç de bir yıl önce göstermiş oldukları anlayışları yansıtmamaktadır.

Araştırmacılar, öğrencilerin yeni bir kavram öğrenmelerine rağmen, bu kavram ile ilgili eski zayıf bilgilerini kullanma eğilimi içinde olduklarını gözlemlemiştir. Limit ile ilgili soruları, okulda öğrendiklerini kullanarak değil, eski zayıf bilgilerini kullanarak cevaplamışlardır. Örneğin öğrencilerin çoğu, bir önceki sene limitine ulaşabilen diziler üzerinde yeterli miktarda çalıştıkları halde, bir dizininin asla limitine ulaşamayacağını ifade etmiştir. Daha zeki öğrencilerin nispeten doğru cevaplar vermelerine rağmen, orta sevieyedeki öğrencilerden çok da farklı olmadıkları tespit edilmiştir.

Davis ve Vinner, elde ettikleri sonuçlar için 5 açıklama önermişlerdir;

1. Dilin etkisi,

2. Matematik öncesi bilgi kırıntıları ile matematiksel temsillerin karıştırılması,

3. Kavramın matematik içinde yapılanması,

4. Özel örneklerin etkisi,

5. Tecrübelerin yanlış yorumlanması.

Limit konusunda kullanılan “yaklaşma’’, “gitme’’ gibi kalıplar yanlış çağrışımlara sebep olabilmektedir.

Davis ve Vinner, öğrencilerin zihinlerinde limit kavramı tam olarak geliştirilmeden “limit’’ kelimesini kullanmaktan kaçınmışlar bunun yerine “associated number’’ kelimesini kullanmışlardır. Ancak, bu da öğrencilerin matematiksel limit kavramı ile günlük hayatta kullandıkları limit kavramını karıştırmalarını engelleyememiştir.

Davis ve Vinner, öğrencilerin sık rastlanan hata ve yanlış anlamaları yapmamalarını sağlayacak şekilde tasarladıkları bir limit öğretimi sundukları öğrencilerin de aynı hata ve yanlış anlamalara düştüklerin gözlemlemişlerdir. Fakat bu kavram yanılgılarının kısmi kavramlarda olduğunu ve limiti tam anlamaya yönelik bir adım olduğunu yorumlamışlardır. O’nlara göre bu hatalar kaçınılmaz ve belki de öğrencinin limitin anlamını yapılandırması için gereklidir.

A. Darien Lauten, Karen Graham ve Joan Ferrini-Mundy birer saatlik iki klinik görüşme yönetmiştir (1994). Bu görüşmeler, ikisi bir lisede ileri seviye genel matematik dersi alan, üçü de bir üniversitede ilk dönem genel matematik dersi görmekte olan 5 öğrenci ile yapılmıştır.

Lauten ve diğerleri, çalışmalarının amacını:

(a) öğrencilerin, fonksiyon ve limit kavramlarındaki anlayışlarını ve kavram görünümleri incelemek;

(b) bu kavramsal alanlardaki anlayışın birbirleri ile nasıl ilişkili olduğunu keşfetmek;

(c) öğrencilerin grafik hesap makinlerini kullanmadaki eğilimlerine dikkat etmek;

(d) öğrencilerin problem çözme yollarının ve anlayışlarının teknolojiden nasıl etkilendiğini belirlemek

olarak ifade etmişlerdir.

Lauten ve diğerleri Amy adındaki öğrenci ile yapılan görüşmelerin sonuçlarını rapor etmişlerdir. Amy'nin limit hakkındaki kavram görünümünün formal tanımdan uzak, dinamik bir görünüm sergilediğini rapor etmişlerdir. Grafik hesap makinelerinin eğri boyunca kullanıcı tarafından noktanın hareket ettirilebilmesi özelliğinin bu duruma sebep olduğunu düşünmüşlerdir (1994).

Cornu, limit kavramının öğrenciler için matematikte sonlu hesaplamalar ile sınırlandırılamayan ve net bir cevap veremedikleri ilk konu olduğuna işaret etmiştir (1981).

Dubinsky ve arkadaşları, nitel ağırlıklı çalışmalarında limit kavramının öğrenciler tarafından nasıl algılandığı ile ilgili literatür çalışmalarının sentezine yer vermişlerdir (1996). Limitin informal ve dinamik olarak algılanması üzerindeki görüşleri değerlendirmişler ve dinamik anlayışın öğrenciler tarafından daha kolay algılandığına ve bu anlayışın formal tanımı yapılandırma yönünde bir engel olarak görüldüğünü rapor etmişlerdir.

Dubinsky ve arkadaşlarına göre ise limite dinamik yaklaşım APOS teorisindeki şema gibi algılanmalıdır. O'nlara göre dinamik yaklaşım formal tanımı yapılandırma yönünde önemli bir basamaktır (1996). Dubinsky ve arkadaşları limit kavramını 6 basamakta aşağıdaki şekilde yapılandırmayı önermişlerdir;

1. Bir $x=a$ değerine yakın, ardışık bir kaç noktada fonksiyonun değerinin belirli bir değere her seferinde daha yakın olduğunu hesaplama,
2. Birinci basamakta uygulanan işlemi, x, a'ya yaklaşırken $f(x)$'in, L'ye yaklaşması şeklinde tek bir işlem olarak içselleştirilmesi,
3. Bu aşamada limitin özellikleri, faaliyetlerin uygulanacağı bir nesne haline gelir.
4. İkinci basamağın aralık ve eşitsizlikler cinsinden yeniden yapılandırılması sürecidir.
5. Formal tanımdaki geçen her ε pozitif sayısı ve her δ pozitif sayısı kavramlarının daha önce yapılandırılan yaklaşım kavramı ile bağlantısının kurulup özümsenmesi ve ε-δ tanımının yapılandırılması.
6. Özel durumlar için ε-δ tanımının uygulanması.

Dubinsky ve arkadaşlarının deneysel çalışmalarında, aşağıdakilerin kombinasyonundan oluşan bir pedagojik strateji kullanılmıştır;

- Öğrencilerin zihinsel yapılandırmalar yapabilmelerini sağlamak için tarlanmış bilgisayar aktiviteleri,
- Öğrencilerin bilgisayar ile yaptıklarının tartışılması ve bunları kalem kağıt ile nasıl yapabileceklerinin anlatılmasının ardından yapılan sınıf içi aktiviteler.
- Öğrencilerin yapılandırmış oldukları kavramları kuvvetlendirecek alıştırmalar.

Bu çalışma boyunca bütün öğrenciler 3, 4 ve 5'er kişilik gruplar halinde çalışmış ve diziler, türev ve integral gibi limiti takip eden genel matematik konuları üzerinde limit kavramını tekrar düşünmüşlerdir.

Przenioslo, bir üniversitenin matematik bölümünde genel matematik dersini bitirmiş öğrencilerin limit kavramları üzerine bir çalışma yürütmüştür (2004). Çalışmada, komşuluklar, grafiklerin ve değerlerin yaklaşımı, x_0 noktasında tanımlı olma, x_0 noktasındaki limitin $f(x_0)$ ile eşit olması ve algoritma kavramları üzerine odaklanılmıştır. Sadece sonuca odaklı olmayan, zamanda açık uçlu sorular da içeren bir sınav uygulanmıştır. Önemli sonuçlardan biri olarak, öğrencilerin bazı kavramları tanımlama ile ilgili soruları doğru cevaplandırsalar da bunları uygulamada sıkıntı çektikleri gözlemlenmiştir.

Hofe, öğrencilerin limit kavramı üzerinde yaşadıkları problemleri analiz ettiği çalışmasının sonucunda ana problemin aşağıdaki alanlarda yaşandığı sonucuna varmış ve nomal bir genel matematik dersinde bu alanlara fazla önem verilmediğini beyan etmiştir (1998);

- Matematiksel içeriğin grafik ve aritmatik temsilleri,
- İşlem ve nesne,
- Statik ve dinamik yorum,
- Sezgisel fikirler ve matematiksel özellik

Kleiner, eğitim açısından yorumlayarak sonsuz küçükler ve sonsuz büyükler kavramlarının tarihi gelişimini incelemiştir (2001).

1.7.2 Limit Öğretimi İle İlgili Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar

Ülkemizde limit öğretimi ile ilgili sadece aşağıdaki çalışmalara ulaşılabilmiştir;

Aztekin yüksek lisans çalışmasında, Repertuar çizelge tekniğinin limit konusuna uygulanmasını araştırmıştır (2003).

Çolak yine yüksek lisans çalışmasında, iki farklı eğitim durumunun limit öğretimine etkisini karşılaştırmıştır (2002).

Akkoyunlu, Güler, Uğurel ve Alan limit öğretiminin daha etkili yapılabilmesi için bazı öğretim yaklaşımlarını kısaca tanıtmış ve görüşlerini sunmuşlardır (2003).

1.7.3 Matematik Öğretiminde BCS Kullanımını İnceleyen Çalışmalar

BCS özelliğindeki yazılımlar ilk olarak, matematikten yararlanan çeşitli bilim dallarında kullanılmak üzere tasarlanmıştır. Sonraları, özellikle son 10 yıl içerisinde bu yazılımların matematik öğretiminde de önemli bir araç olarak kullanılması araştırılmaya başlanmıştır. BCS'nin matematik öğretiminde ne anlam ifade ettiğine daha önceki bölümlerde değinildiği için bu bölümde sadece, BCS'nin matematik öğretiminde kullanımını araştıran bazı çalışmaların özetlerine yer verilecektir.

Vlachos ve Kehagias, BCS destekli genel matematik öğretimi ile bilgisayar kullanılmayan geleneksel tarzdaki genel matematik öğretimini, önemli matematiksel kavramlardaki kazanımlar, genel performansın gelişmesi ve matematiğin öğrenciler için daha ilginç ve ilgi çekici hale dönüşmesi bakımından karşılaştırmışlardır (2000). Deneysel tarzda yürütülen bu çalışmada aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir;

- BCS destekli öğretime tabi tutulan grup diğer gruptan istatistiksel olarak anlamlı derecede daha iyi bir matematiksel performansa ulaşmıştır.
- BCS destekli öğretim gören grubun, yine anlamlı derecede, matematiğe karşı tutumları artmıştır.

Araştırmacılar bu sonuçtan sonra, BCS destekli öğretim modelini bütün genel matematik derslerine yayma kararı almışlardır.

Hyang Sook Kim ve Young-Mi Kim, bir üniversitedeki matematik dersinde teknolojiyi kullanmaya dair üç model örneği vermişlerdir (2005). Bu modellerden birisi birim çemberin alanını, düzgün çokgenler yardımıyla ve reimann toplamlarını kullanarak hesaplamaktır.

Minnesota üniversitesinde, Mayıs 2005'te başlayıp, Ocak 2007'de bitecek olan Bilgisayar destekli Genel matematik öğretimi projesi Kahng Byungik tarafından yönetilmektedir. Bu proje kapsamında Genel matematik I, Genel matematik II ve Genel matematik III konuları etkileşimli mathematica çalışma sayfaları modüller şeklinde hazırlanıp, öğretim bu kapsamda planlanmaktadır.

Proje aşağıdaki önemli noktalara göre değerlendirilecektir;

- Modüllerin sınıf ortamında kullanılabiliyor mu?
- Modüller öğrencilere anlayış kazandırıyor ve farklı bakış açıları kazandırıyor mu?
- Modüller, öğrencilerin karmaşık ve gerçekçi problemler modellemesine yardımcı oluyor mu?
- Çalışma sayfalarının yeniden düzenlenmesi ve gerektiğinde bazı bölümleri atlanarak sadece küçük parçalar halinde kullanılmasında güçlükler var mı?
- Öğrenciler teknik detaylar için aşırı derecede vakit ayırmak zorunda kalıyor mu?

Cnop, bazı matematik kavramlarının orta dereceli okullarda ve kolejlerde nadiren anlaşılabildiğine dikkat çekerek Bilgisayar Cebiri paketlerinin öğretimde kullanımının önemli bir gereksinim olduğunu vurgulamıştır (1997). Cnop bazı soyut matematik kavramlarının öğretimi için mathematica yazılımını kullanarak çeşitli uygulamalar önermiştir.

Dubinsky ve Schwingendorf 2004 yılında başlattıkları ve C4L (The Calculus, Concepts, Computer ve Cooperative Learning Program) adını verdikleri projeyi yürütmektedirler.

Bu programın önemi, yapılandırmacı teori perspektifinde nasıl matematik öğrenileceğini temel alan pedagojik bir yaklaşım olmasıdır. Proje aşağıdaki rehber noktalara göre yönetilmektedir.

1. Araştırmadaki ilk amaç öğrencinin nasıl öğrendiğidir.
2. Kavramsal anlama en önemli şeydir, fakat hesaplamalar da önemli bir rol oynar.
3. Teknoloji değerli olabilir ve onu kullanmanın bazı yolları diğerlerinden daha değerlidir.

4. İşbirlikçi öğrenme matematik öğrenme için doğru bir bağlamdır.
5. Ders vermenin yerini interaktif sınıf ortamında probleme dayalı çalışmalar almalıdır.
6. Ders kitapları ve ders yapısı pedagojik stratejiyi desteklemelidir.

Projenin öğretim tasarımı, araştırmacılar tarafından “ACE” döngüsü olarak adlandırılan bir döngüye dayandırılmıştır.

Etkinlikler: Her ünite öğrencilerin bilgisayar ortamındaki etkinlikleri ile başlar. Laboratuarda öğrencilerin en önemli matematiksel sonuçları bulmalarında ısrarcı oluruz. Bu keşfetme çalışmalarında dikkatlice seçilmiş bilgisayar etkinlikleri ile öğrenciler matematiksel kavramların zihinsel yapılandırmalarını sağlamaya çalışır.

Sınıf: Laboratuar periyodundan sonra, sınıf ortamında öğrencilerin bilgisayar etkinliklerinden edindikleri tecrübeleri yapılandırmaları için öğrencilere yardımcı olunur.

Alıştırmalar: Son olarak, öğrencilerin döngünün ilk iki adımında kazandıklarını düşündüğümüz bilgilerini zorlayacak klasik alıştırmalar verilmiştir.

Kramarski Chaya Hirsch, BCS ve biliş ötesi eğitimin matematiksel düşünme üzerindeki etkisini araştırmıştır (2003). Bu çalışma 83 sekizinci sınıf öğrencisi üzerinde uygulanmıştır. Öğrenciler rasgele seçilen 4 grubu ayrılmış ve 4 gruba da ayrı ayrı eğitim verilmiştir. Gruplar, Biliş ötesi eğitim, BCS destekli eğitim, BCS destekli ve Biliş ötesi eğitim alan gruplar ve kontrol grubu olmak üzere ayarlanmıştır.

Sonuçlar, BCS destekli ve biliş ötesi eğitim alan grubun diğer üç gruptan da anlamlı derecede daha iyi performans gösterdiklerini ortaya koymuştur. Sadece Biliş ötesi ya da sadece BCS destekli eğitim alan grupların her ikisi de kontrol grubundan yine anlamlı derecede daha iyi performans sergilemişlerdir. Ancak BCS destekli eğitimi tek başına alan grup ile ve Biliş ötesi eğitimi tek başına alan grup arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Walter Gande ve Dominik Gruntz, BCS olarak Maple’ın kullanıldığı çalışmada ders ortamında sayısal analiz yöntemlerin çıkarımlarına dair örnekler sergilemişlerdir (1999).

Vlachos ve Kehagias BCS kullanımının ticaret calculusu dersindeki etkisini araştırmışlardır (2000). Bu amaçla Bir BCS (MathCad) arayüzü üzerinde, birbirleri ile elektronik bağlantılar içeren çalışma sayfaları hazırlamışlar ve deney grubu öğrencilerinin bu çalışma sayfaları ile çalışmalarını sağlamışlardır. Uygulama sonunda hem öğrencilerin akademik puanları hem de matematik tutumları ölçülmüştür. Derslerin %25'i geleneksel yapıda %75'i ise bilgisayar laboratuarında yapılmıştır.

Araştırma sonunda, (a) önemli matematik kavramlarındaki anlayışı artırma, (b) öğrencilerin genel performanslarının geliştirilmesi, (c) matematiğin öğrenciler açısından daha ilginç ve cazip hale getirilmesi açısından BCS'nin ders programlarına entegre edilmesi tavsiye edilmiştir. Sonuçlar hem izlenimler hem de istatistiksel sonuçlar değerlendirilerek elde edilmiştir.

Carl Leinbach çeşitli matematiksel kavramlardaki parametrelerin nasıl yorumlanması gerektiğini BCS yardımı ile grafiksel gösterimler de kullanarak açıklamıştır. Leinbach, BCS'nin öğretimde kullanılması ile sadece nasıl öğrettiğimizi değil öğretim esnasında nelere önem vermemiz gerektiğinin de değiştirilmesi gerektiğini vurgulamıştır (2005).

Leinbach'a göre, "Öğrencilerin işlemlere fonksiyon gibi bakabilmeye ve fonksiyon ile ilişkilendirilen parametreler açısından işlemin davranışını ve niteliğini yorumlamaya ihtiyaçları vardır." Leinbach bunu başarabilmek için BCS'nin etkili olduğunu savunmaktadır.

Ivan Cnop, eşitsizlikler, limit, süreklilik, Lipschitz durumları, fonksiyonların limit değerlerini yaklaşma hızları, dört boyuta kadar geometrik şekillerin görselleştirilmesi gibi kavramların öğretilmesinde BCS kullanımını tavsiye etmiştir (1997). Bu tür uygulamaların arkasındaki düşüncenin öğrenme ortamına görsellik kazandırması olduğunu vurgulamıştır. Bir yandan da Bu uygulamaların matematiksel içeriğin önüne geçmesine engel olunmasının önemine dikkat çekmiştir. Cnop'a göre kontrol altında olmak şartıyla BCS;

- Matematik konularına karşı ilgiyi arttırır.
- Hafızaya alma işlemini güçlendirir ve öğrenmeyi hızlandırır.
- Öğretmenin görevini kolaylaştırır.

Leinbach, Pountney ve Etchells öğretimde BCS kullanımının önemli bir araç olduğunu ve öğrenme sürecinde önemli bir ortak olduğunu vurgulamaktadırlar (2002). Leinbach ve arkadaşlarına göre BCS'nin eğitimde kullanımı öğrenmeyi anlamlı oranda etkilemektedir. Leinbach ve arkadaşları BCS'nin problemleri çözmede çok güçlü de olsa neticede bir araç olduğuna vurgu yapmışlardır. BCS bu yönüyle ele alınınca öğrencilerin öğrenme işlemlerindeki yönü değiştirmektedir. Öğrenciler problem çözme aktivitelerine daha fazla zaman ayırabilirler. El ile yapılması gereken ancak kimi zaman oldukça zor ve zaman alabilen işlemler için ise BCS'yi kullanabilirler. Bu durum ise öğrenciler üst düzey bilişsel faaliyetler gerçekleştirmelerine imkân ve zaman sağlar.

Stephens ve Konvalina'nın (1999) ortaöğretim düzeyinde BCS kullanımının etkisini araştırdıkları çalışmada istatistiksel olarak anlamlı olmasa da deney grubu ortalaması memnuniyet verici miktarda daha fazla tespit edilmiştir.

Herwaarden ve Gielen (2002) BCS kullanımı ile kalem kağıt kullanımının uygun şekilde entegre edilmesi gerektiğini aksi durumlarda öğrencilerin bazı kavrayışlarında eksiklikler gözlemlendiğini belirtmişlerdir. Kalem kâğıt kullanımı ile BCS kullanımının entegrasyonu ile ilgili aşağıdaki yapıyı önermişlerdir.

Tablo-1.3

Kalem kağıt kullanımı ile BCS kullanımının uygun bir şekilde entegrasyonu (Herwaarden ve Gielen, 2002, s. 142)

1- Kalem kâğıt ile çözülecek alıştırmalar;
Bilinen tiplerde ve çok ayrıntılı olmayacak şekilde seçilmeli

2- Bilgisayar Cebiri ile çözülecek alıştırmalar;
Ayrıntılı bir yönerge eşliğinde

3- Bazı benzer alıştırmalar;
Sürece hem BCS hem de kâğıt kalem hâkim olmalı

4- Daha zor alıştırma ve uygulamalar;
Kâğıt kalem kullanımına da uygun alıştırmalar da olmalı

Harris, örneklem grubunun orta öğretimde matematik öğretmenliği yapacak olan öğrenciler olduğu deneysel bir çalışma yönetmiştir (2000). Bu çalışmada araştırmacının üç temel amacı vardı;

1- Öğrencilerin matematiksel kavramlardaki anlayışlarını kuvvetlendirmek

2- Modern matematik teknolojilerini güvenle ve yeterli düzeyde kullanabilen öğrenciler yetiştirmek

3- Yeni öğretme ortamlarına aşina matematik öğretmenleri yetiştirmek

Harris, bu amaçlarını gerçekleştirmek için bir sene boyunca bir matematik dersini Maple çalışma sayfaları eşliğinde içinde tahta da bulunan bir bilgisayar laboratuarında işlemiştir. Gerekli oldukça tahtayı da kullanmıştır.

Uygulamanın sonunda Harris amaçlarını büyük ölçüde gerçekleştirdiklerini istatistiksel veriler de sunarak rapor etmiştir.

Cnop, geleneksel matematik derslerinin ve matematik dokümanlarının öğrencilere kavrayış kazandırmada ne kadar yetersiz kaldığını ve BCS kullanılarak hazırlanan, öğrencilerin denemeler yapmalarına imkân veren dokümanların kavrayış geliştirmede ne kadar başarılı olduğunu belirtmektedir (2001).

Mahoney, okullarda BCS kullanımının nasıl yararlı olduğuna dair 5 aksiyom sunmakta ve bunları örneklerle açıklamaktadır (2002). Mahoney'in sunduğu 5 aksiyom şunlardır;

1- BCS'nin anlamlı bir yol ile öğrencilerin matematik anlayışlarını geliştirme potansiyeli vardır.

2- BCS, öğrencilerin cebiri çok iyi öğrenmelerine yardımcı olmasa da precalculus ve calculus konularını çok iyi öğrenmelerine yardımcı olabilir.

3- Lise öğretmenleri öğrencilerine calculus kavramlarını tanıtmak için BCS kullanabilir. BCS genel olarak öğretmenlerin işini kolaylaştırır.

4- BCS, öğrencilerin cebir, precalculus ve calculus konuları ile ilgili bol miktarda denemeler yapmalarına imkân tanır.

5- BCS okullarda ne öğrettiğimizi ve nasıl öğretmemiz gerektiğini büyük oranda değiştirir.

Heid, "Teknoloji bize, öğrencilerimizin matematiksel anlayışlarını geliştirmemiz ve onlara yeni kapılar açabilmemiz için çeşitli fırsatlar sunmaktadır" demektedir (2002). BCS kullanımının karşısında olan aşağıdaki görüşleri tartışmıştır;

- BCS pahalıdır ve kullanması zordur.
- Yeni müfredat sembolik çalışmanın ve tam cevapların önemini düşürmektedir.
- Standart sınavlarda BCS'ye izin verilmediği için orta öğretimde kullanılmasına da izin verilmemelidir.
- BCS kullanımı elle yapılan sembolik hesaplamalardaki yeteneği azaltmaktadır.

Bazı öğretmenler, öğrencilerin cebirsel yeteneklerini körelttiği gerekçesi ile BCS kullanımı konusunda tereddüt etseler de, Klein ve Kertay, BCS kullanımını yasaklamaktansa BCS'yi, öğrencilerin cebirsel yeteneklerini geliştirmede kullanmayı tavsiye etmektedirler (2002).

Pierce ve Stacey, BCS'nin okullarda cebir öğretimini gereksiz kılmadığını, ancak öğretim sırasında önem verdiğimiz noktaları değiştirdiğini belirtmektedirler (2002). Pierce ve Stacey öğrencilerin gerçek hayat problemlerini formülize etme ve sonuçları yorumlama konusunda daha fazla bilişsel faaliyet yapmaları gerektiğini, BCS'nin bu bilişsel faaliyetlere zaman ayırma imkânı sunduğunu vurgulamaktadırlar.

Pierce, doktora tezinin uygulama kısmında 15 hafta süren deneysel bir çalışma yürütmüş ve öğrencilerin cebirsel kavrayışları ile BCS'nin etkili kullanımını araştırmıştır (2001). Pierce BCS'nin eğitimde kullanımına yönelik bir yapı önermiştir.

Kendal, 11. sınıflar üzerinde diferansiyel calculus konularını BCS içerikli bir müfredatın uygulamasını araştırmıştır (2001). Öğretim sırasında grafiksel ve sembolik gösterimlerden yararlanmanın en etkili yöntemler olduğu sonucuna varmıştır.

Limit kavramının öğretimi ve BCS'nin öğretim amaçlı kullanımlarını araştıran literatür çalışmaları genel olarak genel matematik konularının öğretiminde BCS kullanımının faydalı olduğunu, özellikle yapılandırmacı kuram ışığında tasarlanan öğretim ortamının etkili olduğunu göstermektedir. Limit kavramının, öğrenciler tarafından güç kavranan ve çoğunlukla yüzeysel olarak öğrenilen bir konu olduğu da literatür çalışmalarının ortak bir soncudur.

II. BÖLÜM

ARAŞTIRMANIN TASARIMI VE YÖNTEMİ

Bu bölümde, araştırmanın modeli, örneklemi, veri toplama araçları, veri toplama süreci, deneysel çalışma süreci ve verilerin analiz yöntemlerine ilişkin açıklamalara yer verilmiştir.

2.1 ARAŞTIRMA MODELİ

Araştırmada iki grup oluşturulmuştur. Bu gruplar üzerinde öğretim öncesinde ve sonrasında ölçümler uygulanmıştır. Ayrıca öğretim döneminin hemen sonrasında uygulanan ölçümlerden 1 ay sonra bir kalıcılık testi uygulanmıştır.

Araştırma problemlerine cevap aramak amacı ile hem gruplar arası hem de grup içi karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu bağlamda, araştırma deseni tablo 2.1'de görüldüğü gibi çok denekli ve çok faktörlü desenlerden karışık desene göre yapılandırılmıştır (Büyüköztürk, 2001).

Tablo 2.1

Araştırmanın Deney Deseni

	Ön Ölçümler		**Son Ölçümler**	**Kalıcılık Ölçümü**
Grup–1	→Tutum Ölçeği →Bilgi testi-A (Hazır Bulunuşluk Testi)	X_1	→Tutum Ölçeği →Bilgi testi-B (Limit sınavı) →Görüş Anketi	→Bilgi testi-C (Limit kalıcılık sınavı)
Grup–2	→Tutum Ölçeği →Bilgi testi-A (Hazır Bulunuşluk Testi)	X_2	→Tutum Ölçeği →Bilgi testi-B (Limit sınavı) →Görüş Anketi	→Bilgi testi-C (Limit kalıcılık sınavı)

Tablo 2.1'de ayrıntılı olarak açıklanan deney deseninde;

X_1, Yapılandırmacı öğrenim prensiplerine göre BCS desteğinde tasarlanan öğrenme ortamını,

X_2, BCS desteğinden yararlanılmadan sadece yapılandırmacı öğrenme prensiplerinin kullanıldığı öğrenme ortamını temsil etmektedir.

Tabloda adı geçen ölçme araçları takip eden bölümlerde ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

2.2 ARAŞTIRMA GRUBU

Araştırmanın uygulama grubunu, 2005–2006 eğitim-öğretim yılı güz döneminde Uşak Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü 1.Sınıfa devam eden 30 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrenciler, homojenliği genel matematik hazır bulunuşluk testi (Bilgi testi-A) puanlarına göre sağlanmış iki gruba ayrılmış ve bu gruplar "grup–1" ve "grup–2" grupları olarak atanmıştır. Gruplar arası homojenlik önemli bir kriter olduğu gibi grup içi heterojenlik de önemlidir. Bu yüzden her bir grupta her seviyede öğrenci olmasına dikkat edilmiştir.

2.2.1 Araştırma Grubunun Belirlenmesi

2005–2006 eğitim-öğretim yılı güz döneminde, birinci sınıfta okuyan öğrenciler, dönemin başlangıcında genel matematik dersinde okutulan ve ortaöğretim seviyesinde de, yüzeysel de olsa gösterilen ön bilgiler konularını takiben bir hazır bulunuşluk testine tabi tutulmuştur. Toplam puanın 100 olduğu bu sınavın sonucunda öğrenciler, 27 ile 73 arasında puanlar almıştır.

Bu puan aralığı kötü (27–40), orta (41–56) ve iyi (57–73) olmak üzere üç alt aralığa bölünmüş ve her gruptan yansız atama yolu ile aşağıdaki tabloda belirtilen sayıda öğrenci seçilmiştir.

Tablo 2.2

Uygulama Grubunun Tespit Edilmesi

Hazır Bulunuşluk Testi Puan Aralığı	Grup–1 için seçilen öğrenci sayısı	Grup–2 için seçilen öğrenci sayısı	Toplam öğrenci sayısı
İyi (57 – 73)	4	4	8
Orta (41 – 56)	8	7	15
Kötü (27 – 40)	3	4	15
Toplam	15	15	30

Araştırma grubundaki öğrencilerin cinsiyet dağılımları için özel bir tedbir alınmamıştır. Gruplar oluştrulduktan sonra gözlemlenen cinsiyet dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 2.3

Gruplardaki öğrencilerin cinsiyet dağılımları

	Grup–1 (BCS+Yap.)	**Grup–2 (Yap.)**	**Toplam**
Kız	7	5	12
Erkek	8	10	18
Toplam	15	15	30

2.3 VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Araştırmada, aşağıda tanımlanan araçlar yardımı ile çeşitli nicel ve nitel veriler elde edilmiştir.

2.3.1 Tutum Ölçeği

İki farklı kurumdan ikisi matematik eğitimcisi, ikisi de matematikçi olan uzmanların görüşleri alınarak 32 soruluk matematik tutum ölçeği oluşturulmuştur. Bu tutum ölçeği deneysel uygulama öncesinde 120 kişilik bir örnekleme uygulanarak, güvenilirlik analizi yapılmış ve 6 maddenin madde toplam korelasyonlarının düşük olduğu tespit edilmiştir. Bu 6 madde silinerek 26 soruluk bir matematik tutum ölçeği elde edilmiştir.

Bu ölçeğin madde analizi ve faktör analizi sonuçları aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 2.4 göstermektedir ki, tutum ölçeğindeki 26 maddenin madde toplam korelasyonları .433 ile .729 arasında değişmektedir. Cronbach alfa güvenilirlik katsayısı ise .934'tür.

Tablo 2.4

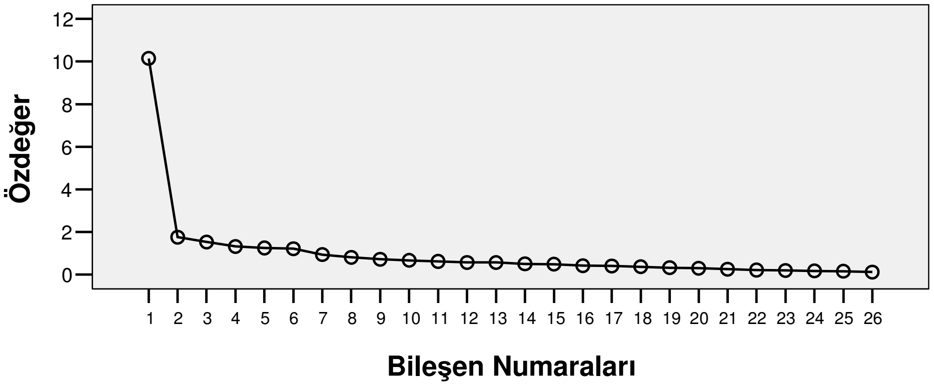
Tutum Ölçeğinin Madde Analizi ve Faktör Analizi Sonuçları

Madde No	Toplam Faktör Yükü	Madde Toplam Korelasyonu	Birinci Faktör Yük Değeri
1	10.147	.584	.768
2	1.756	.535	.745
3	1.526	.528	.735
4	1.319	.607	.717
5	1.248	.611	.708
6	1.215	.483	.691
7	.936	.729	.662
8	.810	.569	.657
9	.718	.691	.648
10	.669	.576	.639
11	.618	.546	.625
12	.568	.519	.615
13	.566	.520	.611
14	.498	.566	.611
15	.489	.572	.610
16	.416	.658	.596
17	.407	.598	.572
18	.369	.506	.571
19	.326	.709	.571
20	.298	.433	.559
21	.255	.667	.554
22	.212	.517	.553
23	.194	.612	.546
24	.172	.667	.539
25	.153	.547	.485
26	.117	.530	.549
İlk 6 faktörün açıkladığı varyans: % 66.197			
Cronbach Alpha : .934			

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi, tutum ölçeğindeki maddelerin toplam faktör yük değerleri .117 ile 10.147 arasındadır. İlk 6 faktör toplam varyansın % 66.197'sini açıklamaktadır. 26 maddenin birinci faktör yük değerleri ise genelde .539 ile .768 arasında değişmektedir. Sadece 25. maddenin yük değeri .485'tir. Bu durum ölçeğin genel bir faktöre sahip olduğunu göstermektedir.

Ölçekteki 26 maddenin özdeğerlerini gösteren aşağıdaki şekilde, Birinci faktörden sonra yüksek ivmeli bir düşüş gözlemlenmekte ve daha sonraki faktörlerde eğim sabit bir değer civarında seyretmektedir. Bu durum da ölçeğin genel bir faktöre sahip olduğunu göstermektedir (Büyüköztürk, 2003). Tutum ölçeğinin ölçtüğü genel faktörün "öğrencilerin genel anlamda matematiğe yönelik tutumları" olduğu yukarıda tanıtılan uzmanların görüşü ışığında kabul edilmiştir.

Şekil 2.1
Tutum Ölçeği maddelerinin özdeğerleri



Ayrıntılı tabloları eklerde verilmiş olan bu analiz neticesinde, tablo 3.1'den de görülebileceği gibi tutum ölçeğinin güvenilirlik katsayısı .934 olarak hesaplanmıştır.

Şekil–3.1 tutum ölçeğindeki 26 sorunun faktör analizi ile elde edilen özdeğerlerini göstermektedir. Bu faktörün, öğrencilerin "genel matematik tutumları" olduğu, uzman görüşü alınarak kabul edilmiştir.

Sonuç olarak, araştırma da kullanılan tutum ölçeğinin güvenilir ve araştırmanın amacına yönelik geçerliliğe sahip olduğu söylenebilir.

Tutum ölçeği Ek-7'de de görülebileceği gibi 5'li likert tipinde hazırlanmıştır. 5 puan yazılı tutum cümlesine öğrencinin kesinlikle katıldığını ifade etmektedir. Olumsuz tutumlardan alınan puanlar ters çevrilerek her öğrencinin tutum puanı hesaplanmıştır. 26 maddeden oluşan ölçekte tam tutum puanı 130'dur. Tutum ölçeği, Araştırmanın deneysel uygulama döneminin öncesinde ve sonrasında uygulanarak öğrencilerin öntutum ve son tutum puanları belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda öntutum ve sontutum puanlarının dağılımlarının normalliği incelenmiştir.

Tablo 2.5

Tutum Puanları Dağılımının Normalliğinin incelenmesi

Kolomogorov-Smirnov Test		
	Ön-tutum	**Son-Tutum**
N	30	30
Tutum Puanı	111.50	105.93
Standart Sapma	7.075	10.657
Komogorov-Smirnov Z	.522	.502
p	.948	.963

Yukarıdaki tablo göstermektedir ki, araştırma grubundaki öğrencilerin öntutum ve sontutum puanlarının dağılımı normal dağılıma uygundur. Buna göre tutum puanlarının istatistiksel analizinde parametrik testlerden yararlanılabilir.

2.3.2 Uygulama Görüşleri Anketi

Uygulama sonrasında araştırmaya katılan öğrencilerin uygulama ile ilgili nitel görüşlerinin değerlendirilmesi amacı ile bir anket hazırlanmıştır. Bu ankette uygulama sürecini değerlendiren sorular bulunmaktadır (Ek–8). Sorular iki ana grupta sınıflandırılmıştır. Birinci gruptaki soruları, BCS desteğinden yararlanan grup–1 katılımcıları cevaplandırırken. İkinci grupta yer alan daha genel soruları ise bütün katılımcılar cevaplamışlardır. Ayrıca, bu nitel değerlendirme esnasında öğrencilerin uygulama ile ilgili varsa kendi görüşlerini serbestçe yazmaları istenmiştir.

2.3.3 Ölçme Değerlendirme ve Sınavlar

Öğrenmeyi bilişsel olarak açıklayan Bloom öğrenme düzeylerini bilme, kavrama, uygulama, analiz, sentez ve değerlendirme şeklinde basamaklandırmıştır (Bloom, 1956).

Bu sınıflandırmaya benzer bir sınıflandırma, Smith ve arkadaşları tarafından matematik için özelleştirilerek aşağıdaki gibi önerilmiştir (1996, 1998).

Tablo 2.6

Matematiksel Becerilerin Sınıflandırması

A Grubu	B Grubu	C Grubu
• Gerçek bilgiyi çağırma	• Bilgi transferi, bilgiyi kullanma	• Kanıtlama ve yorumlama
• Prosedürleri kavrama	• Yeni durumlara uygulama	• İlişkileri tespit etme ve karşılaştırma yapma.
• Prosedürlerin rutin kullanımı		• Değerlendirme yapma

Glabraith ve Haines ise bu sınıflandırmayı yine üç aşamada;

- Mekanik (Mechanical),
- Yorumlayıcı (Interpretive) ve
- Constructive (Yapılandırmacı) olarak tanımlamıştır (1995, 1997).

Leinbach ve arkadaşları da 3 aşamalı sınıflandırmayı desteklemişler ve araştırmalarını bu sınıflandırmaya göre yürütmüşlerdir (2002). Hatta Leinbach ve arkadaşları bu bilişsel düzey sınıflandırmasının öğrenciler kadar profesyonel matematikçilerin bilişsel düzeyleri için de aynen geçerli olduğunu savunmaktadırlar.

Malabar ve Pountney, araştırmalarında matematiksel yeteneklerin ayrıntılı bir sınıflandırmasına yer vermişlerdir (2000). Bu sınıflandırmada, yetenekler üç ana grupta toplanmıştır ve düşük dereceli yeteneklerden, yüksek dereceli yeteneklere doğru sırası ile prosedürel bilgi, kavramsal bilgiyi kullanma ve problem çözme becerisi olarak ele alınmıştır.

Bu araştırmadaki sınav sorularının analizi ve öğrencilere kazandırmak istediğimiz bilişsel düzeylerin tanımlamaları için de A grubu (işlemsel), B grubu (kavramsal) ve C grubu (problem çözme) şeklinde aynı sınıflandırma göz önünde bulundurulmuştur.

Bu araştırma ile hedeflenen öğretim ortamının etkin olup olmadığını klasik ölçme araçları ile tespit etmenin sağlıklı olmayacağı düşünülmüştür. Kavramsal anlamayı, kavramlar arası ilişkileri kullanarak analiz ve sentez yapabilme kabiliyetlerini ölçen ve matematiğin gerçek durum problemlerinde nasıl kullanılabileceğini belirleyen sorulara yer verilmiştir.

Genel matematik hazır bulunuşluk testi, sontest ve kalıcılık testi sınavlarında sorulan soruların sınıflandırılması aşağıda ayrıntılı bir şekilde tanımlanmıştır;

A. İşlem Bilgisini Karakterize eden Kriterler

A1. İşlemleri adım adım yapma.

A2. Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (teorem, tanım, önerme, özellik ve bağıntı) bilgi düzeyinde kullanma.

A3. Cebirsel bağıntıyı kullanabilme ve temel işlemleri yürütebilme.

B. Kavram Bilgisini Karakterize eden Kriterler

B1. Matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamlarını bilme.

B2. Sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma.

B3. Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama ve uygulama düzeyinde kullanma.

B4. Soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirme.

C. Problem Çözme Becerisini Karakterize eden Kriterler

C1. Problemi alt ve basit basamaklara ayırma.

C2. Karmaşık ve zor görünen bir probleme yardımcı olacak şekiller çizme veya genellemelerde bulunma.

C3. Problemi verilen şekil ve grafikle eşleştirme.

C4. Problemin özelliklerini ortaya koyarak problemi, bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirme.

2.3.3.1 Genel Matematik Hazır Bulunuşluk Testi

Genel matematik derslerinde limit konusuna başlamadan önce ön bilgiler adı altında sunulan ve orta öğretim aşamasında kısmen de olsa öğrenilen konuları kapsayan bir yazılı sınavdır.

Hazır bulunuşluk testi araştırmaya katılan öğrencilerin seçilmesi ve bilişsel yönden birbirine denk iki grup oluşturulması amacı ile kullanılmıştır. Ayrıca, bu test araştırmaya katılan öğrencilerin genel matematik dersine yönelik hazır bulunuşlukları yansıttığı için uygulama sonrası analizlerde bu sınavdan alınan puanlar kovariate değişkeni olarak da kullanılmıştır.

Başarı puanının 0–100 arasında değiştiği bu sınavda toplam 27 soru vardır. 27 soru, her birinin değeri 10 puan olan alt bölümlere ayrılarak 36 madde elde edilmiş ve bu maddeler kullanılarak güvenilirlik analizi yapılmıştır

Tablo 2.7

Hazır Bulunuşluk Testi Madde Analizi Sonuçları

Madde No	Madde Toplam Korelasyonu
1	.094
2	.231
3	.152
4	.241
5	.135
6	.211
7	.193
8	-.066
9	.243
10	.143
11	.256
12	.269
13	.384
14	.377
15	.326
16	.302
17	.345
18	.457
19	.175
20	.114
21	.205
22	.142
23	.145
24	.006
25	.078
26	.035
27	.570
28	.395
29	.076
30	.292
31	.143
32	.300
33	.284
34	.169
35	.322
36	.224
Cronbach Alpha: .713	

Yukarıdaki tablo, bazı maddelerin madde toplam korelasyonları çok düşük de olsa güvenilirlik katsayısının .713 düzeyinde olduğunu göstermektedir.

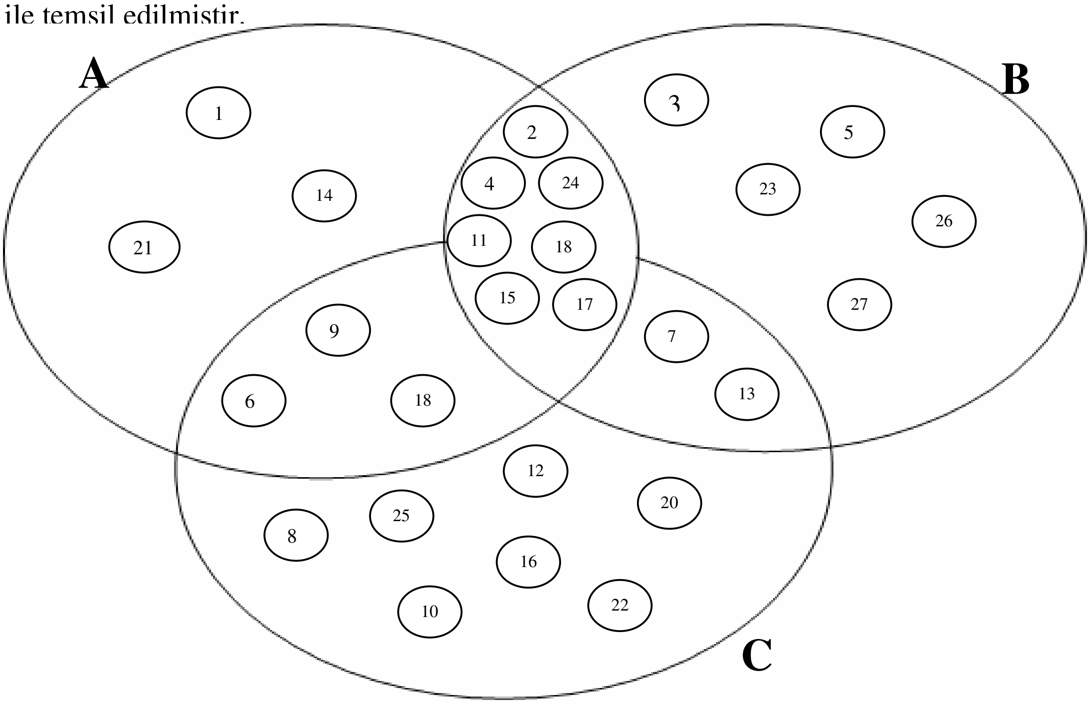
Hazır bulunuşluk testinin kapsam geçerliliğini belirlemek üzere sınavda sorulan soruların aşağıdaki gibi bir sınıflandırması yapılmış ve yine iki farklı kurumdan dört uzmanın görüşü desteğinde kapsam geçerliliğine sahip olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 2.8
Hazır Bulunuşluk Testi sorularının konulara göre dağılımı

Konular	Soru sayısı
Tümevarım Prensibi	1
Eşitsizlikler	2
Aralık kavramı	1
Mutlak değer	2
Mutlak değer içeren eşitsizlikler	2
Fonksiyon tanımı	3
Fonksiyon çeşitleri	5
Trigonometrik fonksiyon	3
Fonksiyonların grafiği	5
Fonksiyonların tanım kümesi	1
Logaritmik fonksiyonlar	2
Toplam	29[1]

Soruların ölçtüğü matematiksel yeteneğe göre dağılımı:

Aşağıda çizilen şekilde hazır bulunuşluk testindeki 27 soru, soru numaraları ile temsil edilmiştir.



[1] Hazır bulunuşluk testinde 27 soru vardır. Bazı sorular birden fazla konu ile ilgili olduğundan burada 29 toplamı elde edilmiştir.

Aşağıdaki tablo ise hazır bulunuşluk testi puan dağılımının normal dağılıma uygun olduğunu göstermektedir.

Tablo 2.9

Hazır Bulunuşluk Testi Puan Dağılımının Normalliğinin incelenmesi

Kolomogorov-Smirnov Test	
	Hazır Bulunuşluk Testi
N	30
Ortalama / Tutum Puanı	50.8
Standart Dağılım	10.55
Komogorov-Smirnov Z	.482
p	.974

2.3.3.2 Son-Test

Öğrencilerin limit kavramını hakkındaki bilişsel düzeylerinin belirlenmesi amacı hazırlanan sontest 11 klasik sınav sorusundan oluşmaktadır. 0 – 100 arasında puanların alınabildiği bu sınavdaki 11 soru, her biri 5 puan değerinde alt bölümlere ayrılarak 39 madde elde edilmiş ve bu maddeler kullanılarak güvenilirlik analizi yapılmıştır.

Sontestin kapsam geçerliliğine sahip olduğunu belirlemek amacı ile daha önce bahsi geçen dört farklı uzmanın görüşüne başvurulmuştur. Uzmanlar sontest'in limit kavramını test etmede başarılı olduğunda birleşmişlerdir.

Aşağıdaki tablo 2.10 göstermektedir ki, sontestteki 39 maddenin madde toplam korelasyonları .201 ile .611 arasında değişmektedir ve cronbach-α güvenilirlik katsayısı ise .920 düzeyindedir.

Tablo 2.10

Sontest Madde Analizi Sonuçları

Madde No	**Madde Toplam Korelasyonu**
1	.606
2	.606
3	.592
4	.515
5	.499
6	.499
7	.499
8	.459
9	.271
10	.271
11	.271
12	.201
13	.480
14	.513
15	.442
16	.535
17	.323
18	.439
19	.496
20	.619
21	.601
22	.572
23	.637
24	.510
25	.601
26	.482
27	.457
28	.610
29	.611
30	.476
31	.611
32	.348
33	.512
34	.512
35	.512
36	.594
37	.430
38	.373
39	.205
Cronbach Alpha: .920	

Aşağıdaki tablo, sontest'in içeriğini ayrıntılı olarak göstermektedir.

Tablo 2.11
Sontest sorularının konulara göre dağılımı

Konular	**Soru sayısı**
Geometrik olarak limit bulma	5
Fonksiyonun sürekli olduğu noktayı bulma	1
Fonksiyonun sürekliliğini inceleme	1
Limitin ε-δ tanımı	4
Sürekliliğin ε-δ tanımı	1
Cebirsel olarak limit hesaplama	8
Teğetin eğimi	1
Toplamların limiti teoremi	1
Toplam	22[2]

Sontestte yer alan sorular, ölçtükleri matematiksel yeteneğe göre uzman görüşü ve "sontest puanlama ve cevap anahtarı" yardımı ile sınıflanmıştır. Bu sınıflandırmanın ayrıntılarına ekler kısmından ulaşılabilir.

Tablo 2.12

Son-test Soru Sınıflandırması

	Bilişsel Sınıflandırma (başarı alt boyutları)		
	A (İşlemsel)	**B (Kavramsal)**	**C (Problem Çözme)**
Son-test Soru Numaraları	4 ve 10. sorular	1, 2, 5 ve 8. sorular	3, 6, 7, 9 ve 11. sorular

Sontest puan dağılımının da normal dağılıma uygun olduğu aşağıdaki tablodan anlaşılmaktadır. Buna göre sontest puanlarının analizinde de parametrik testlerden faydalanılabilir.

Tablo 2.13

Son-Test Puan Dağılımının Normalliğinin incelenmesi

Kolomogorov-Smirnov Test	
	Son -Test
N	30
Ortalama / Tutum Puanı	39.34
Standart Dağılım	14.595
Komogorov-Smirnov Z	.48
p	.795

[2] Son testte 11 soru vardır. Bazı sorular birden fazla konu ile ilgili olduğundan burada toplam 22'dir.

2.3.3.2 Kalıcılık testi

Sontest, uygulamanın hemen bitiminde limit kavramını ele alan bir sınav olarak uygulanmıştır. Öğrencilerin yeterli grup çalışması ve bilgisayar çalışması yapabilmeleri ve kavramın öğrencilerin zihninde daha sabit bir şekilde yerleşmesi ve zamanın muhtemel etkilerini gözlemleyebilmek için sontest'ten 1 ay sonra yine sontest ile aynı içeriğe bir sınav uygulanmıştır. Kalıcılık testi adı verilen bu sınav sayesinde konu anlatımından 1 ay sonra da öğrencilerin bilişsel durumlarını kontrol etme fırsatı değerlendirilmiştir

Kalıcılık testi de yine NCTM standartları göz önünde bulundurularak sonteste benzer nitelikte hazırlanmıştır. Bu sınav öncesinde;

- 1 aylık sürenin 2 haftasında okul resmi olarak tatil olduğu için her iki gruptaki öğrenciler birbirlerinden bağımsız olarak hazırlanma fırsatı bulmuşlardır.
- Bilgisayar kullanan gruptaki öğrenciler, bireysel de olsa daha fazla bilgisayar uygulaması yapma fırsatı bulmuşlardır.

Bu sınav sayesinde;

- 1 ay süresince öğrenciler diğer derslerin sınavlarına da çalışmak zorunda olduğundan, öğrencilerin limit kavramı ile ilgili genel bilgi birikimlerinin durumunu gözlemleme fırsatı değerlendirilmiştir.

Kalıcılık testi uygulamanın yürütüldüğü okulun fiziksel yetersizliklerinden ve bu sınavın yapıldığı sırada diğer derslerin de başka sınavları olduğundan dolayı zaman kısıtlaması ile uygulanmıştır. Bundan dolayı soru sayısının 5 ile sınırlandırılmasının uygun olacağı kabul edilmiştir.

Sontest ve hazır bulunuşluk testlerinin güvenilirliklerinin incelendiği gibi, 5 sorudan kalıcılık testi de her biri 5'er puan değerinde 19 maddeye ayrılmış ve bu maddeler için güvenilirlik analizi yapılmıştır.

Tablo 2.14

Kalıcılık Testi Madde Analizi Sonuçları

Madde No	Madde Toplam Korelasyonu
1	.365
2	.344
3	.349
4	.400
5	.248
6	.164
7	.289
8	.203
9	.324
10	.352
11	.102
12	.307
13	.401
14	.379
15	.473
16	.501
17	.597
18	.122
19	-.041
Cronbach Alpha: .725	

Yukarıdaki tablo göstermektedir ki, kalıcılık testindeki 19 maddenin bazılarının madde toplam korelasyonları çok düşük de olsa cronbach-α güvenilirlik katsayısı .725 düzeyindedir.

Kalıcılık testinin de kapsam geçerliliğine sahip olduğu uzman görüşü ışığında kabul edilmiş ve soruların ayrıntılı bir analizi ile ölçtükleri matematiksel yeteneğe göre aşağıdaki gibi sınıflandırılebileceği tespit edilmiştir.

Tablo 2.15

Kalıcılık testi Soru Sınıflandırması

	Bilişsel Sınıflandırma (başarı alt boyutları)		
	A (İşlemsel)	**B (Kavramsal)**	**C (Problem Çözme)**
Kalıcılık testi Soru Numaraları	2. soru	1 ve 3. sorular	4 ve 5. sorular

Öğrencilerin kalıcılık testinden aldıkları puan dağılımının normal dağılıma uygunluğu aşağıdaki tabloda gösterilmiş ve kalıcılık testi puanlarının da parametrik testler yardımı ile analiz edilebileceği anlaşılmıştır.

Tablo 2.16

Kalıcılık testi puan Dağılımının Normalliğinin incelenmesi

Kolomogorov-Smirnov Test	
	Son -Test
N	30
Ortalama / Tutum Puanı	40.47
Standart Dağılım	12.071
Komogorov-Smirnov Z	.647
p	.796

2.4 DENEYSEL ÇALIŞMA SÜRECİ

Bu araştırmanın deneysel kısmında bir öğrenme ortamının etkinliği incelenecektir. Bu öğrenme ortamının kuramsal çatısını daha önce ayrıntıları açıklanan yapılandırmacı kuram oluşturmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin;

- *İşbirliği* grupları içerisinde,
- Öğretilmesi hedeflenen kavramları *keşfetmeleri* sağlanarak ve imkân vererek,
- Matematiksel kavramların gerçek bağlamda oluşturulan problemlerdeki kullanımlarına yönelik çözüm arayarak,

öğrenmeleri hedeflenmiştir.

Bu öğretim modelinin matematiğin karakterine de uygun olduğu düşünülmektedir. Geleneksel öğretimde herhangi bir kavramın öğrenciye sunumu,

tanım → teorem → ispat → örnek → test

sıralaması esas alınarak yapılmaktadır. Piaget'nin yapılandırmacı kuramı ışığında ve matematiğin bir keşif olması karakterinden dolayı, herhangi bir kavramın sunumunda,

problem → keşif → hipotez → ispat → teorem

sıralamasının daha uygun olduğu ifade edilmektedir (Sugeng, 2003).

Örneğin; "$\forall\ \varepsilon > 0$ e $\forall\ n \in$ IN için $0 < n_0$ olacak şekilde, $|a_n - a| < \varepsilon$ eşitsizliğini sağlayan $\exists\ n_0 < n$ sayısı varsa a_n dizisi a'ya yakınsar" tanımı her matematikçi tarafından bilinir ve anlaşılmasının ne kadar zor olduğu bir gerçektir.

Ancak bu tanımı matematiğe kazandıran bilim adamına bir ilham gelip, şiir yazarcasına bu tanımı yazmamıştır tabii ki! Bir keşif süreci yaşanmış ve çeşitli hipotezler sınanmak sureti ile yukarıya yazdığımız tanım ispatlanarak en mükemmel şeklini almıştır.

İşte bu çalışmada da hedef, öğrencinin sanki bir bilim adamıymışcasına çalıştırılması ve bu keşfi yapabilmesi için yönlendirilmesidir. Zaten yapılandırmacı kurama göre de bu şekildeki öğrenme en verimli öğrenmedir.

Öğretme etkinlikleri boyunca bilgisayar cebiri sistemlerinden Maple yazılımı yoğun olarak kullanılmıştır. Deney grubu öğrencilerinin en minimum seviyede de olsa maple programını kullanabilmeleri gerektiğinden, uygulama başlamadan önce öğrencilere 6 ders saati süresince bir maple kursu verilmiştir. Bu kursta kullanılmak üzere temel düzeyde bir Maple kullanım klavuzu hazırlanmıştır.

Öğretim boyunca, maple programı aşağıda belirtilen düzeylerde kullanılmıştır.

- Maple ile hazırlanan çalışma sayfaları ile limit kavramını görselleştiren sunumlar hazırlanmıştır.
- İnteraktif çalışma sayfaları hazırlanarak öğrencilerin laboratuarda keşfetme aktiviteleri yapmaları sağlanmıştır.

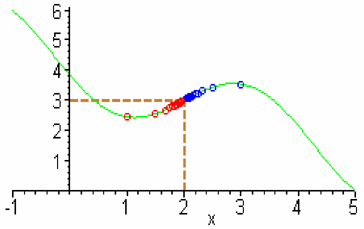
Şekil-2.2

İnteraktif maple çalışma sayfası örneği

```
> restart; with(plots):
> f := x -> 3 + (x-2)*cos((x-2));   a := 2:   left := -1:   right :=5:
```

$$f := x \to 3 + (x-2)\cos(x-2)$$

```
>  display( plot( f(x),  x = left..right, color = green),
          plot( {[[a,0],[a,f(a)]],[[0,f(a)],[a,f(a)]] },  x = left..right,
            linestyle=3,color = gold, thickness = 2),
           plot([[ a - 1/n, f(a - 1/n)] $n=1..20], x = left..right,
            style=point, symbol=circle, color = red),
           plot(  [[ a+1/n, f(a + 1/n)] $n=1..20], x = left..right,
            style=point, symbol=circle, color = blue));
```



➢ Çalışma sayfaları hazırlanırken maple'ın kendi hazır kütüphanesindeki komutların kullanılmasının yanında özel olarak tarafımızdan hazırlanan maple prosedürlerine de yer verilmiştir.

Şekil-2.3

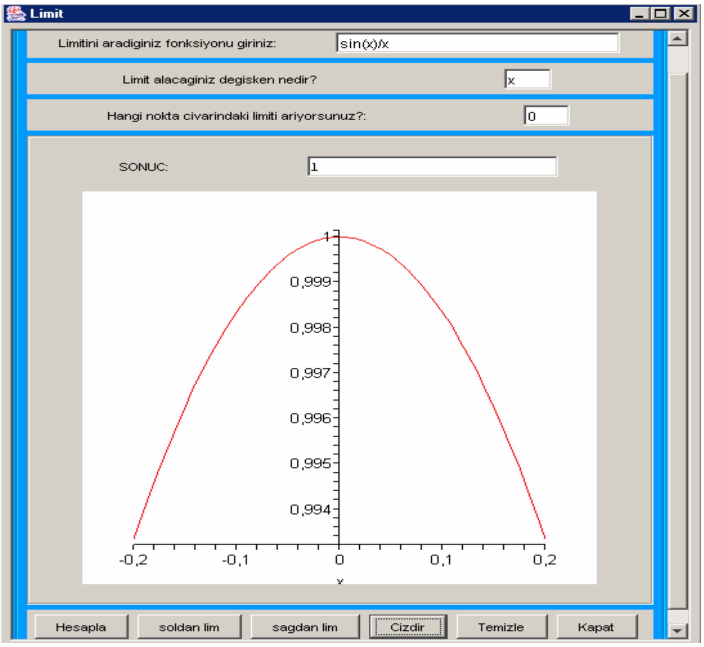
Maple prosedürü örneği "*bir serinin oran testi kullanılarak karakteri inceleniyor*"

```
> kar:=proc(f)
> local p,a;
> a:=subs(n=n+1,f);
> p:=limit(a/f,n=infinity);
> print(p);
> if p<1 then print(yakınsak)
> else if p>1 then print(ıraksak)
> else print(belirsiz);
> fi;
> fi;
> end:
```

➢ Öğrencilerin keşfetme aktiviteleri boyunca deneme yanılmalar yapabilmesini sağlayan maple kullanıcı arayüzleri (maplet) hazırlanmıştır. Öğrenciler bu sayede ileri düzeyde maple komutlarını bilmeden de maple programının ileri düzey özelliklerini kullanabilme fırsatı bulmuştur.

Şekil-2.4

Maplet (maple kullanıcı arayüzü) örneği



Ders anlatım sürecinin tasarımında BCS ve yapılandırmacı öğretim kuramını bir arada kullanarak bir Analiz öğretimi projesi sürdürmekte olan Dubinsky ve Schwingendorf'un uygulamalarından yararlanılmıştır (2004). Bu projede, öğrenciler önce laboratuar ortamında bilgisayar ortamında hazırlanan konuları gruplar ya da bireysel olarak çalışarak keşfetmeye yönlendirilmekte, daha sonra sınıf ortamında öğrencilerin ulaştıkları sonuçlar tartışılarak kavramların formal bir şekilde tanımlanmaları sağlanmakta son aşama olarak da çeşili alıştırma ve hayattan örneklerde bu kavramların uygulamaları üzerinde çalışmalar yapılmaktadır.

Araştırmanın deneysel deseninde de vurgulandığı gibi uygulama, yapılandırmacı öğretimin klasik öğretime göre ne düzeyde etkili olduğunu incelemek yerine BCS destekli bir yapılandırmacı öğretim ile bilgisayar desteği olmadan uygulanan yapılandırmacı öğretim arasındaki olumlu veya olumsuz farkları incelemektedir. Araştırmadaki iki grubun birbirinden hangi noktalarda ayrıldığı aşağıdaki tablo yardımı ile özetlenmiş ve öğretim plânı ayrıntılı olarak ekler kısmında sunulmuştur.

Tablo-2.17

Öğretim ortamının gruplara göre analizi

Uygulamalar	Grup–1	Grup–2
İşbirliği çalışmaları organize edilmesi	+	+
Gruplar halinde çalışma	+	+
Çalışma yaprakları ile yönlendirme	+	+
Sınıf ortamında ders üslubunun keşfetmeye yönelik tasarlanması	+	+
Gerçek hayat problemleri ile konuya giriş	+	+
Gerçek hayat problemleri ile uygulamalar	+	+
Sınıf ortamında bilgisayar sunumları (Maple ve Powerpoint)	+	
Laboratuar ortamında Maple yardımı ile keşfetme ve uygulama etkinlikleri	+	
İmkânı olan öğrencilere maple programı sağlayarak kişisel ortamlarında maple kullanmalarının sağlanması	+	

2.5 VERİLERİN ANALİZİ

Araştırma boyunca elde edilen veriler nitel ve nicel veriler olmak üzere iki farklı türde ele alınabilir. Her veri türü uygun teknikler ile değerlendirilmiştir. Bütün istatistik analizleri SPSS 13.0 paket programından yararlanılarak yapılmıştır.

2.5.1 Nitel Veriler

Öğrencilerin, 1 ay süren deneysel uygulama ile ilgili görüşlerini yansıtan ankette vermiş oldukları cevaplar olumlu veya olumsuz görüşler yansıtmalarına göre sınıflandırılarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin görüşleri nicel sonuçlar ile de karşılaştırılmıştır.

2.5.2 Nicel Veriler

Ayrıca, uygulamanın öğrencilerin matematik tutumlarının nasıl etkilediğine dair bir tutum ölçeği uygulanmıştır. Öğrencilerin uygulama öncesi tutum puanları ile uygulama sonrası tutum puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığı tek bağımlı değişken için varyans analizi (ANOVA) kullanılarak analiz edilmiştir. Aynı grup içinde öntutum ve sontutum puanlarının farkını analiz etmek için de ilişkili örneklem için t-testi kullanılmıştır.

Araştırmanın deneysel uygulama sürecinin başında ve sonunda öğrencilerin bilgi düzeylerini yansıtan sınavlar uygulanmıştır. BCS destekli eğitimin öğrenmeye olan etkisini test etmek amacı ile tek bağımlı değişken için varyans analizi (ANOVA) kullanılmıştır.

Test verilerinin parametrik testler ile analiz edilebilmesi için önemli ön şartlardan biri olan verilerin normal dağılıma uygun olması durumu Kolomogorov-Smirnov Testi ile incelenmiştir.

Sınav sonuçları arasındaki korelasyonun anlamlılığı pearson korelasyon katsayısının hesaplanması ile tespit edilmiştir.

Ayrıca, sınav soruları öğrencilerin işlemsel (A), kavramsal (B) ve problem çözme (C) düzeyinde sorulara verdiği cevaplar daha ayrıntılı incelenmiştir. Bu sayede, deney ortamının öğrencilerin farklı bilişsel düzeylerini ne ölçüde etkilediği tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu durumda birden fazla bağımlı değişken olduğu için çok değişkenli varyans analizi yöntemi kullanılmıştır. Bu uygulama, genel matematik hazır bulunuşluk testi puanlarının kontrol altına alınmasından dolayı MANCOVA olarak isimlendirilmektedir.

Akademik başarının cinsiyetin başlı olarak farklılık gösterip göstermediği Mann-Whitney U testi ile incelenmiştir.

2.6 ARAŞTIRMANIN GEÇERLİLİĞİ

Bilginin gelişimine önemli katkılarda bulunabilmek için deneysel çalışmaların geçerli olması zorunludur. Campbell ve Stanley, deneysel çalışmaların geçerliliğini, iç geçerlilik ve dış geçerlilik olmak üzere ikiye ayırmışlardır. Cook ve Campbell ise bunlara istatiksel geçerliliği ve yapı geçerliliğini eklemişlerdir (Best ve Kahn, 1989; Borg, 1987). Bu araştırmanın geçerliği, iç ve dış geçerliliği olmak üzere iki boyutta ele alınmıştır.

2.6.1 Araştırmanın İç Geçerliği

Deneysel ve yarı deneysel araştırmalardan elde edilen sonuçların ne kadar geçerli olduğunun belirlenmesi gereklidir. Çünkü araştırma boyunca çeşitli dış etkenler araştırmayı etkileyebilir. Bir araştırmanın iç geçerliliği, araştırmanın tasarımında, dış etkenlerin ne kadar kontrol edilebildiğini göstermesi bakımından önemlidir. Bu nedenle, araştırmanın iç geçerliliği araştırmacı tarafından dışsal etkilerin ne kadar kontrol edilebildiğine bağlıdır. Eğer, araştırmacı tarafından dış etkenler kontrol edilemezse o zaman deney grubunda olabilecek değişikliklerin deneysel çalışmadan mı yoksa bazı dış etkenlerden mi olduğuna ilişkin sağlıklı bir karar verilemez. Bir araştırmanın iç geçerliliğini olumsuz yönde etkileyebileceği düşünülen faktörler göz önüne alınarak, bu araştırmanın iç geçerliliğinin sağlanmasına yönelik yapılan çalışmalara aşağıda yer verilmiştir:

2.6.1.1 Zaman

Deneysel çalışmanın, çok uzun bir zaman dilimini kapsayacak şekilde tasarlanması durumunda, öğrencilerin gevşemesi, sıkılması ve öğretmenin öğretimine alışmaları gibi başka faktörlerin devreye girmesi durumudur. Bu durum ise araştırmadan elde edilecek bulguları etkileyebilir.

Bu çalışma, 4,5 haftalık bir sürede gerçekleştirilmiştir. Bu süre ise deneysel çalışmalar için çok uzun bir süre olarak görülemez. Bu nedenle, araştırma süresince öğrencilerin gevşemesi, sıkılması veya öğretmenin öğretim tarzına alışmaları gibi dış faktörlerin, araştırma üzerindeki etkisinin alt seviyelerde kaldığı düşünülmektedir.

2.6.1.2 Olgunlaşma

Deneysel çalışma süresince öğrencilerde (deneklerde) biyolojik, zihinsel veya psikolojik değişmelerin olması durumudur. Araştırma süresince, öğrencilerde olabilecek bu tür değişimler, araştırmanın özelliğine göre önem kazanabilir ve araştırmayı etkileyebilir.

Bu çalışma, 4,5 haftalık (28 ders saati) bir sürede gerçekleştirildiği için araştırmaya katılan öğrencilerde çok önemli biyolojik, zihinsel veya psikolojik bir gelişmenin olması durumu çok zordur.

2.6.1.3 Testler

Eğitim alanında yapılan deneysel çalışmaların çoğunda, deney ve kontrol gruplarına deneysel çalışmadan önce öntest, deneysel çalışma tamamlandıktan sonra da sontest verilir. Eğer, bu iki test benzer ise öğrenciler ön testten edindikleri aşinalık ve tecrübe sayesinde son testte bir gelişme kaydedebilirler.

Bu araştırmada sontest kontrol gruplu model kullanılmıştır. Öğrencilerin uygulama öncesi seviyeleri genel matematik hazır bulunuşluk testi ile belirlenmiş ve uygulama sonunda uygulanan sonteste göre karar verilmiştir.

2.6.1.4 Araç

Eğitimsel çalışmalarda, genellikle araştırmacıların standart testlerin alternatif formlarını, denk olmadıkları halde denk olduklarını düşünerek kullanmaları durumudur. Bu duruma, önteste denk olarak verilen son testin, önteste göre daha kolay olması örnek olarak verilebilir.

Araştırmada sonuçlar sadece sonteste göre göre değerlendirilmiştir. Uygulama öncesinde uygulanan genel matematik hazır bulunuşluk tesi sonuçları sadece çok değişkenli analizde birlikte değişen (covariate) olarak kullanılmıştır.

2.6.1.5 İstatiksel Regresyon

Deneysel çalışmanın etkisinin belirlenmeye çalışıldığı çalışmalarda, öğrenmede görülen artışın istatiksel regresyon nedeniyle olabileceği de dikkate alınmalıdır. Bu duruma örnek olarak, deneysel bir çalışmada araştırmaya alınan öğrencilerin ön testteki başarı düzeyleri çok düşük ise bu öğrencilerin ön testle aynı veya benzer tipteki bir testten deneysel bir çalışmaya gerek olmaksızın istatiksel regresyon nedeniyle daha yüksek puan almaları gösterilebilir.

Araştırmanın modelinin sontest kontrol gruplu model olması böyle bir ihtimali de bertaraf etmektedir.

2.6.1.6 Fark Gözeterek Seçim

Deneysel çalışmalarda, kontrol ve deney gruplarının seçiminde bazen çalışmaya gönüllü olarak katılmak isteyen öğrenciler deney grubunda yer alırlar. Bu durum ise deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre çalışmaya karşı daha duyarlı ve istekli olmalarına neden olabilir.

Bu araştırmaya katılan öğrencilerin seçimi için ilk önce öğrencilerin genel matematik potansiyelleri belirlenmiş ve genel matematik potansiyelleri aynı olan iki grup, "Grup–1" ve "Grup–2" şeklinde isimlendirilerek yansız atama yöntemiyle saptanmıştır. Bu yansızlığın nasıl sağlandığı deney grubunun nasıl oluşturulduğunu açıklayan bölümde anlatılmıştır. Gönüllü veya istekli öğrencilerin araştırmaya alınması gibi bir durumdan kaçınılmıştır.

2.6.1.7 Seçim-Olgunlaşma Etkileşimi

Bir öğretim modelinin etkisinin belirlenmesi için tasarlanan bir çalışma için deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin farklı yaş düzeylerinden ve bölgeden seçilmesi durumudur.

Bu çalışmaya katılan öğrenciler, aynı yaş düzeyinden (üniversite 1. sınıf) ve aynı bölgeden/okuldan seçildikleri için bölgesel/okul ve yaş farklılıklarından oluşabilecek değişikliklerin olması mümkün değildir.

2.6.1.8 Deneysel Bitiş

Uzun süreli çalışmalarda, deneklerin zamanla gevşemeleri, sıkılmaları ve başlangıçtaki canlılıklarından uzaklaşmaları durumudur.

Bu araştırma, 4,5 haftada gerçekleştirildiği için her iki gruptaki öğrencilerin de deneysel çalışma süresince yıpranma oranlarının fazla yüksek olamayacağı düşünülmektedir.

2.6.1.9 Araştırmacının Ön Yargısı

Araştırmacının, konuyla ilgili daha önceden yapılan araştırma sonuçlarını bilmesi durumudur. Araştırmacının sahip olduğu bu bilgi, objektifliğini etkileyebilir veya çalışmaya müdahaleler yapmasına neden olabilir.

Bu araştırma süresince, araştırmacı tarafından araştırmanın seyrine herhangi bir müdahalede bulunulmamış ve konuyla ilgili literatür taramasından elde edilen sonuçların, araştırma bulgularını etkilemesine imkan verilmemiştir.

2.6.2 Araştırmanın Dış Geçerliği

Bir araştırmanın dış geçerliği, araştırmadan elde edilen sonuçların, farklı zaman dilimlerine, farklı koşullara ve farklı kişilere ne kadar genelleştirilebileceğini kapsar. Bu nedenle, araştırma sonuçlarının ne kadar uygulanabileceğini ve ne kadar genelleştirilebileceğini belirlemek için bölgesel koşullar ile araştırma koşulları arasında bir mukayesenin yapılması zorunludur. Bracht ve Glass, bölgesel bir çalışmadan elde edilen bulguların genelleştirilmesi durumunda, araştırmanın dış geçerliğine ait dikkate alınması gereken özellikleri belirlemişlerdir (Borg, 1987). Bu araştırmanın dış geçerliği bu ilkeler doğrultusunda incelenmiştir.

2.6.2.1 Populasyon Geçerliği

Populasyon geçerliği, belirli bir örneklemden alınan sonuçların ne kadar genelleştirilebileceği durumunu belirler.

Bu araştırmada populasyon geçerliği, iki aşamada değerlendirilmiştir. Bunlar sırasıyla, örneklem-hedeflenen populasyon uygunluğu ve öğrencilerin kişisel özellikleri.

a) Örneklem - Hedeflenen Populasyon Uygunluğu

Araştırmaya katılan öğrenciler bir devlet üniversitesinin matematik bölümünde okuyan öğrencilerdir. Bu üniversitenin matematik bölümü puanı da ülkemizdeki diğer üniversitelerin matematik bölümleri ile karşılaştırıldığında vasat seviyededir. Ayrıca deney gruplarına katılan öğrenciler bölümün ekstra ücret ödenmeden okunabilen birinci öğretim öğrencilerinden seçilmiş ve deney grubu öğrencileri seçilirken ailelerinin yaşadığı şehirler önemsenmemiştir.

Bu özelliklerinden dolayı araştırma grubu öğrencileri, sosyo-ekonomik durumları ülke şartlarına göre orta seviyede ve matematik başarıları yine ülkemiz şartlarında orta seviyede olan öğrencilerdir.

Araştırma bulguları ve sonuçları bu tanıma uygun bir populasyona genelleştirilebilir.

b) Deneklerin Kişisel Özellikleri

Deneysel çalışmanın yapıldığı okuldaki öğrenciler kişisel özellikleri bakımından, kendi akranlarının sahip olması gereken genel özellikleri göstermektedirler.

2.6.2.2 Çevre/Ortam Geçerliği

Çevre geçerliği, araştırma süresince var olan çevresel koşullar altında elde edilen sonuçların başka ortam ve şartlara ne kadar genelleştirilebileceğini gösterir. Bu noktada cevaplanması gereken iki soru vardır. Bunlar;

a) Araştırmanın yapıldığı ortam/çevre ile araştırma sonuçlarının genelleştirileceği ortam/çevre arasındaki benzerlik ne düzeydedir?

b) İki ortam/çevre arasında büyük farkların olması durumunda, bu farklar araştırma sonuçlarıyla nasıl ilişkilendirilebilir?

Bu araştırmanın çevre geçerliğinin sağlanmasına yönelik çalışmalar, yukarıda belirtilen sorular ışığında aşağıda verilmiştir:

a) Araştırmanın yapıldığı üniversite bir Anadolu ili üniversitesidir. Araştırma sonuçları benzer nitelikteki üniversite ortamlarına genelleştirilebilir.

b) Eğer araştırma sonuçları daha büyük çapta düşünülmek istenirse bazı varsayımlar ışığında sonuçlar yeniden yorumlanmalıdır.

2.6.2.3 Araştırma İçi Değiş Tokuş

Bu durum, deneysel çalışmanın yapaylığı olarak da adlandırılabilir. Araştırmacılar, araştırmanın iç geçerliğini artırmak için normal sınıf ortamından farklı araştırma ortamları hazırlamaya çalışırlar. Bu durum ise normal eğitim ortamlarındaki araştırmaların avantajlarına karşı güçlü dış değişkenlerin kontrol altına alınmasına yol açtığı için araştırmanın dış geçerliğinin azalmasına neden olabilir.

Bu araştırmanın iç geçerliğinin artırılması için dışsal etkenlerin kontrol altına alınmasına yönelik çalışmalar, araştırmanın iç geçerliğinin değerlendirilmesine yönelik daha önce yapılan yorumlardan da görülebileceği üzere mümkün olduğu kadar normal seyri içerisinde gerçekleştirilmeye çalışılmış ve araştırma ortamının yapay bir konuma gelmesi mümkün olduğu kadar engellenmeye çalışılmıştır.

III. BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

Araştırma boyunca elde edilen nicel ve nitel veriler bu bölümde derlenmiştir. Öncelikle araştırma grubuna ait ön istatistiksel bilgiler verilmiştir. Daha sonra araştırmanın alt problemlerine ilişkin elde edilen bulgular sırasıyla incelenmiştir.

3.1 ARAŞTIRMA GRUBU İLE İLGİLİ ÖN BİLGİLER

Araştırmaya katılan öğrencilere uygulanan ölçeklerden elde edilen verilere ait betimsel özellikler ve araştırmadaki iki grubun deneysel uygulama öncesinde denk olduklarını gösteren bulgular bu bölümde derlenmiştir.

3.1.1 Puanların Betimsel İstatistikleri

En yüksek puanın 130 olduğu tutum ölçeğinin araştırma grubuna uygulanması sonucunda elde edilen puanların özellikleri aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 3.1

Tutum Puanlarının Betimsel İstatistikleri

	N	En az Puan	En çok Puan	Ortalama	Standart Sapma
Ön-tutum (Bütün öğrenciler)	30	97	127	111.5	7.075
Ön-tutum (Grup–1)	15	102	122	111.13	5.975
Ön-tutum (Grup–2)	15	97	127	111.87	8.228
Son-tutum (Bütün öğrenciler)	30	85	126	105.93	10.657
Son-tutum (Grup–1)	15	97	126	108.73	8.681
Son-tutum (Grup–2)	15	85	121	103.13	11.963

Araştırma grubuna, deneysel uygulamanın öncesinde uygulanan hazır bulunuşluk testine ait betimsel istatistikler tablo 3.2'de incelenebilir.

Tablo 3.2

Hazır Bulunuşluk Testi puanlarının Betimsel İstatistikleri

	N	En az Puan	En çok Puan	Ortalama	Standart Sapma
Bütün öğrenciler	30	30	73	50.80	10.552
Grup–1	15	30	73	50.47	11.740
Grup–2	15	38	72	51.13	9.620

Araştırmada uygulanan iki ayrı bilgi sınavının ayrıca alt puan türleri olduğundan, sontest ve kalıcılık testinin betimsel istatistikleri bu alt puan türleri ile birlikte sunulmuştur. Tablo 3.3 sontest'in betimsel istatistiklerini özetlemektedir.

Sontestte alınabilecek tam puanın 100 olmasının yanı sıra, sontestin A (İşlemsel Beceri), B (Kavramsal Anlama) ve C (Problem Çözme) alt puan türlerinde de tam puan 100 olacak şekilde düzenleme yapılmıştır.

Tablo 3.3

Sontest puanlarının Betimsel İstatistikleri

	N	En az Puan	En çok Puan	Ortalama	Standart Sapma
Sontest (Bütün öğrenciler)	30	20	73	39.34	14.595
Sontest (Grup–1)	15	21	73	42.06	14.856
Sontest (Grup–2)	15	20	71	36.62	14.309
Sontest-A (Bütün öğrenciler)	30	8	78	33.23	20.989
Sontest-A (Grup–1)	15	8	78	33.33	24.593
Sontest-A (Grup–2)	15	8	65	33.13	17.541
Sontest-B (Bütün öğrenciler)	30	17	78	44.63	17.541
Sontest-B (Grup–1)	15	17	74	49.33	16.910
Sontest-B (Grup–2)	15	17	78	39.93	17.438
Sontest-C (Bütün öğrenciler)	30	19	78	37.80	16.666
Sontest-C (Grup–1)	15	25	78	40.33	16.702
Sontest-C (Grup–2)	15	19	77	35.27	16.812

Sonteste benzer şekilde uygulanan kalıcılık testinin betimsel istatistikleri de tablo 3.4' te sunulmuştur.

Tablo 3.4

Kalıcılık testi puanlarının Betimsel İstatistikleri

	N	En az Puan	En çok Puan	Ortalama	Standart Sapma
Kalıcılık testi (Bütün öğrenciler)	30	21	69	40.47	12.071
Kalıcılık testi (Grup–1)	15	25	69	42.53	12.328
Kalıcılık testi (Grup–2)	15	21	58	38.40	11.861
Kalıcılık testi -A (Bütün öğrenciler)	30	0	100	47.80	23.012
Kalıcılık testi -A (Grup–1)	15	17	100	44.13	19.813
Kalıcılık testi -A (Grup–2)	15	0	83	51.47	25.991
Kalıcılık testi -B (Bütün öğrenciler)	30	24	86	52.67	14.625
Kalıcılık testi -B (Grup–1)	15	34	86	58.53	15.973
Kalıcılık testi -B (Grup–2)	15	24	64	46.80	10.685
Kalıcılık testi -C (Bütün öğrenciler)	30	0	75	19.77	15.950
Kalıcılık testi -C (Grup–1)	15	0	75	21.67	17.875
Kalıcılık testi -C (Grup–2)	15	0	38	17.87	14.131

3.1.2 Deneysel Uygulama Öncesi Grupların Denkliğinin İncelenmesi

Uygulamada ele alınacak iki grubun birbirleri ile duyuşsal ve bilişsel açıdan denk olduklarını istatistiksel olarak belirlemek amacı ile gruplara uygulanan hazır bulunuşluk testi ve öntutum puanları ortalamaları arasındaki farkın anlamlılığı varyans analizi ile incelenmiştir.

Tablo 3.5

Hazır Bulunuşluk Testi Puanları Gruplar-arası karşılaştırma

Grup	N	Ortalama	Std. Sapma	F	p
Grup–1	15	50.47	11.74	.29	.866
Grup–2	15	51.13	9.62		
Toplam	30	50,80	10,55		

Tablo incelendiğinde uygulamaya katılan iki grubun genel matematik konularına yönelik hazır bulunuşluk testi ortalamaları arasında anlamlı bir fark olmadığı ($p > .05$) görülmektedir.

Öğrencilerin bilişsel özellikleri yanında eğitim-öğretimin önemli faktörlerinden olan duyuşsal özellikleri de incelenmiş ve deneysel uygulama öncesinde iki grubun da matematiğe yönelik tutumlarının denk olup olmadığı araştırılmıştır.

Tablo 3.6
Öntutum Puanları Gruplar-arası karşılaştırma

Grup	N	Tutum Puanı	Std. Sapma	F	p
Grup–1	15	111.13	5.975	.078	.782
Grup–2	15	111.87	8.228		
Toplam	30	111.50	7.075		

Görüldüğü gibi uygulamaya katılan iki grubun ön tutum puanları arasında da anlamlı bir fark yoktur ($p < .05$).

Uygulamaya katılan iki grubun birbirlerine bilişsel ve duyuşsal açıdan denk oldukları anlaşılmaktadır. Tablolardan da anlaşıldığı gibi gruplardan birisi diğerinden az da olsa düşük ortalamalara sahiptir. Düşük ortalamaya sahip olan grup özellikle BCS + Yapılandırmacı öğrenim görecek olan grup olarak seçilmiştir. Çünkü bu grup, diğer grubun göreceği yapılandırmacı tarzdaki öğrenime ek olarak BCS desteğinden de yararlanacaktır. Bu yolla araştırmadaki tarafsızlığa katkıda bulunmak hedeflenmiştir.

3.2 BCS'NİN LİMİT KAVRAMININ ÖĞRETİMİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Araştırmanın problem ve alt problemlerine cevap aramak amacı ile limit sontest puanları iki farklı şekilde analiz edilmiştir. İlk olarak sontest puanı tek bağımlı değişken olarak ele alınıp varyans analizi (ANOVA) ile ortalamalar arasında anlamlı bir fark olup olmadığı incelenmiştir. Daha sonra, sontest sorularının yansıttığı bilişsel düzeye göre sınıflandırılması ile sontest puanları üç farklı boyutta ele alınarak ikiden fazla bağımlı değişkene uygun olan çok değişkenli varyans analizi uygulanmıştır.

3.2.1 Sontest Puanlarının Tek Bağımlı Değişken Olarak İncelenmesi

Deneysel uygulamanın sonunda uygulanan sontest sonuçlarının varyans analizi ile incelenmesi neticesinde elde edilen aşağıdaki tablodan da anlaşılmaktadır ki iki deney grubu arasında istatistiksel açıdan önemli sayılabilecek bir başarı farkı gözlemlenememektedir.

Tablo 3.7

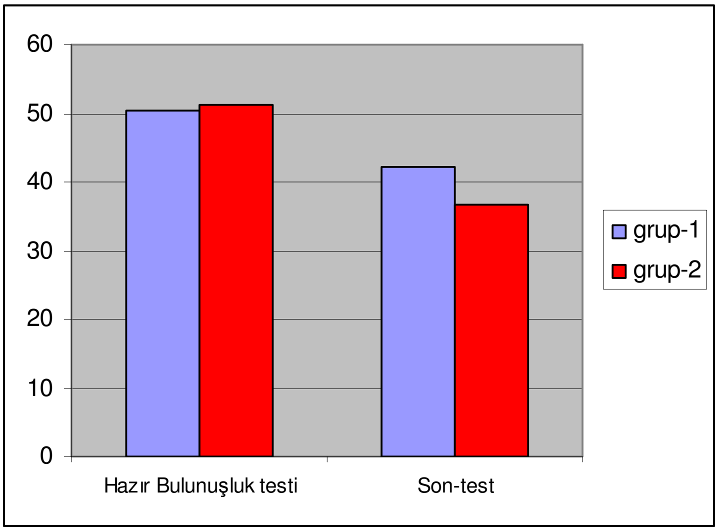
Sontest Puanları Gruplar-arası karşılaştırma

Grup	N	Ortalama	Std. Sapma	F	p
Grup–1	15	42.06	14.856	1.041	.316
Grup–2	15	36.62	14.309		
Toplam	30	39,594	14,595		

Diğer yandan, yapılandırmacı öğretimin yanında maple programı desteğinden de yararlanan grubun son test ortalamasının yapılandırmacı öğrenim gören grubun ortalamasından 6 puan daha yüksek olduğu görülebilmektedir.

Şekil 3.1

Hazır Bulunuşluk testi ve sontestin karşılaştırılması



Her iki grubun genel matematik konularına yönelik hazır bulunuşluk testi ortalamaları neredeyse eşit düzeyde iken, son-test ortalamalarına göz atıldığında

BCS desteğinde öğretim gören grup-1'in ortalaması diğer gruptan 6 puan daha fazla olduğu gözlemlenmektedir.

Bu fark istatistiksel bir anlamlılık taşımamaktadır. Ancak, yapılandırmacı yaklaşım ışığında gerçekleştirilen öğretimin beraberinde tasarlanan ölçme araçları, genelde işlemsel becerileri ölçen klasik ölçme araçlarından farklı olarak daha ileri düzey matematiksel becerileri ölçmektedir. Kokol-Voljc öğretimde BCS kullanılması neticesinde ölçme prensiplerinin de gözden geçirilmesi gerektiğini, matematik öğretiminin amacının çeşitli rutin prosedürleri uygulayabilmekten kavramsal anlamaya ve matematik kavramlarını kullanabilmeye doğru değişmesi gerektiğini vurgulamaktadır (2000). Dubinsky de öğretimde BCS kullanımının yapılandırmacı öğretim prensipleri ışığında gerçekleşebileceğini belirtmektedir (2004).

Bu bağlamda, uygulama grubuna yönlendirilen soruların niteliği geleneksel olarak alışılagelmiş sorulardan farklı olmuştur. Her iki gruptaki öğrencilerin de pek alışık olmadığı soru tiplerinden dolayı iki grubun başarısı arasında anlamlı bir fark oluşmamış olabilir.

Bu durum göz önünde bulundurulduğunda son-testi oluşturan soru gruplarından elde edilen puanların daha ayrıntılı analizi önem taşımaktadır.

3.2.2 Sontest Sonucunun Üç Boyutlu Olarak İncelenmesi

Sontest puanlarını oluşturan 3 ayrı faktörün ayrı bağımlı değişkenler olarak ele alınması ve bu esnada öğrencilerin hazır bulunuşluk puanlarının etkisinin kontrol edilmesi için MANCOVA uygulanmıştır.

Öğrencilerin işlem becerileri (A), kavramsal anlama düzeyleri (B) ve problem çözme becerileri (C) baz alınarak son test puanları alt boyutlara göre yeniden derlenmiş ve çok bağımlı değişkenlere uygun olan varyans analizi yapılmıştır.

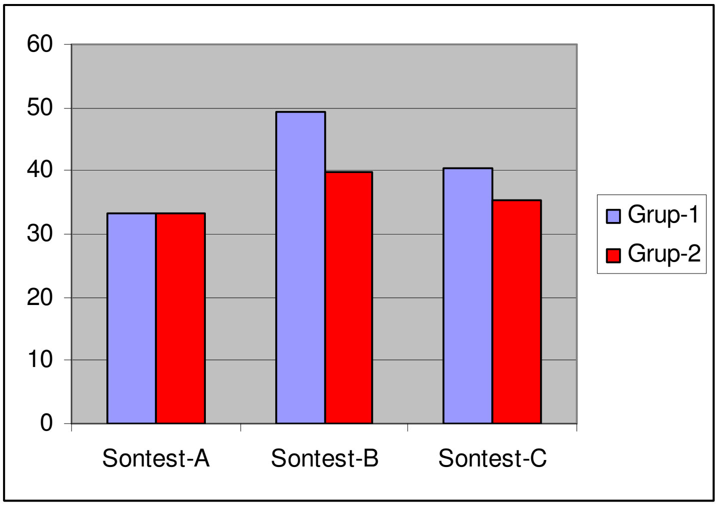
Sonteste ait bütün betimsel istatistikler tablo 3.3'te daha önce belirtilmiştir. Mancova analizi sontestin üç alt boyutta incelenmesi sonucunda iki grup arasında anlamlı bir fark olmadığı anlaşılmıştır [$F(3.25) = 1.124$, Wilk's lambda = .881, $p = .358$, kısmi eta kare (η^2) = .119] (Ek–9).

Limit konusunda uygulanan sontest puanları incelendiğinde iki deney grubu arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır.

Tablo 3.12'nin sütun grafik olarak daha görsel bir şekilde aşağıdaki gibi incelenmesi, istatistiksel olarak anlamlı olmasa da önemli sayılabilecek bazı yorumlar yapma fırsatı sağlamaktadır.

Şekil 3.2

Sontest'in alt boyutlarından elde edilen ortalamaların karşılaştırılması



İşlem becerisini ölçen sorulardaki başarıya bakıldığında her iki grubun ortalaması da birbiri ile eşit düzeyde ve 33 puan gibi düşük bir seviyededir.

Her iki grubun da içinde bulunduğu öğretim ortamı işlemsel beceri kazandırmaktan çok kavramsal anlama ve uygulama becerilerini kazandırmayı hedefldediğinden böyle bir sonuç uygulamanın doğal sonuçlarından biri olarak görülebilir.

Bunun yanında her iki grubun da kavramsal anlama ve probleme çözme becerilerini ölçen sorularda da çok başarılı olmadıkları gözlemlenmektedir.

Öğrencilerin alışmakta güçlük çektiği bu tarz sorularda başarının fazla yüksek olmaması da öğrencilerin beyanlarından da anlaşılmıştır. Öğrencilerin uygulama ile ilgili düşünceleri de ileriki kısımlarda analiz edilecektir.

Her ne kadar başarı yüksek olmasa da, kavramsal anlama ve problem çözme becerisini ölçen sorulardan elde edilen ortalamalarda BCS desteğinden yararlanan öğrencilerin daha yüksek bir akademik başarı sağladığı görülmektedir. Bu fark kavramsal anlama ile ilgili sorularda daha fazladır.

Bir başka dikkate değer husus ise standart sapmalarda karşımıza çıkmaktadır. Bütün puan türlerinde standart sapmalar ortalamalara göre oldukça yüksek düzeylerdedir (Tablo 3.3). Bu durumun, yapılandırmacı öğretimin özelliklerinden biri olan bireysel farklılıkları ön plana çıkarmayı az da olsa yansıttığı düşünülebilir. Bunun yanında bireysel başarı farkını azaltması gerektiği düşünülen grup çalışmasının öğrenciler tarafından istenilen ölçüde yapılmadığı da düşünülebilir.

Sontestten 1 ay sonra uygulanan kalıcılık testi sonuçlarının analiz edilmesi de yukarıdaki yorumları destekleyecek özellikte önemli bulgular elde edilmesini sağlayabilir.

3.2.3 Kalıcılık testi Puanlarının Tek Bağımlı Değişken Olarak İncelenmesi

Kalıcılık testi sonuçlarına göre, aşağıdaki tablodan da anlaşılmaktadır ki iki deney grubu arasında istatistiksel açıdan önemli sayılabilecek bir başarı farkı gözlemlenememektedir.

Tablo 3.8

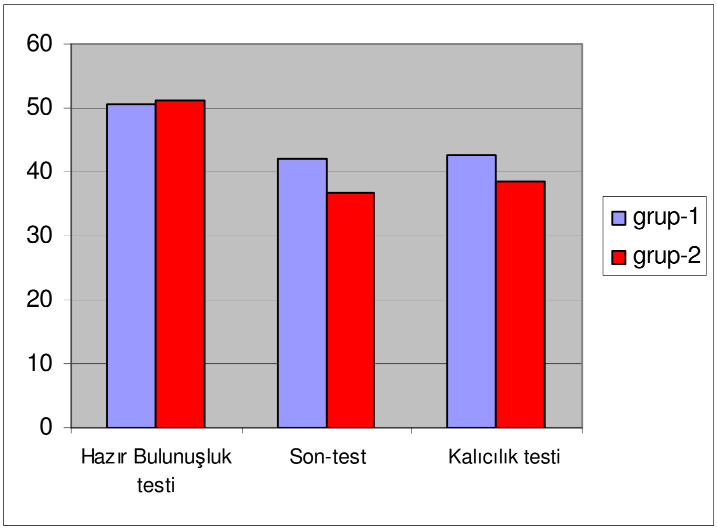
Kalıcılık testi Puanları Gruplar-arası karşılaştırma

Grup	N	Ortalama	Std. Sapma	F	p
BCS + Yap.	15	42.53	12.328	.876	.357
Yap.	15	38.40	11.861		
Toplam	30	40.47	12.071		

Limit sontest puanını oluşturan 3 alt faktöre göre kalıcılık testi sonuçları da ayrıştırılarak çok değişkenli varyans analizi bu puanlar için de uygulanmıştır.

Şekil 3.3

Hazır Bulunuşluk testi, sontest ve Kalıcılık testi karşılaştırılması



Tek bağımlı değişken olarak ele alındığında yukarıdaki grafikten de net olarak görülebildiği gibi her iki grubun sontest ile kalıcılık testi ortalamaları hemen hemen aynı düzeyde kalmıştır.

Alt puan türlerinde bir farklılık olup olmadığını ise çok bağımlı değişkenli varyans analizi açıklayacaktır.

3.2.4 Kalıcılık testi Sonucunun Üç Boyutlu Olarak İncelenmesi

Öğrencilerin işlem becerileri (A), kavramsal anlama düzeyleri (B) ve problem çözme becerileri (C) temel alınarak son test puanları alt boyutlara göre yeniden derlenmiş ve çok bağımlı değişkenlere uygun olan varyans analizi yapılmıştır.

Kalıcılık testine ait tüm betimsel istatistikler tablo 3.4'te daha önce özetlenmiştir.

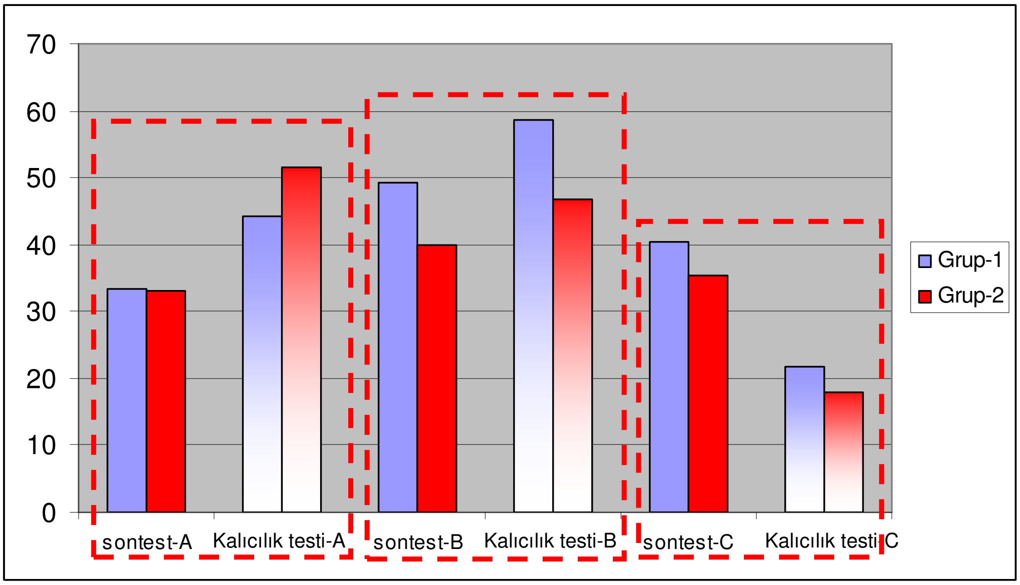
Hazır bulunuşluk testinin birlikte değişen olarak kullanılarak etkisinin kontrol edildiği mancova sonuçları, iki deney grubu arasında A, B ve C düzeylerinde aldıkları puanların ortalamaları arasında .05 anlamlılıkta fark olduğunu göstermektedir [$F(3.25) = 3.556$, Wilk's lambda (λ) = .701, $p = .029$, kısmi eta kare (η^2) = .299] (Ek-9).

Kısmi eta kare değerinden anlaşıldığı gibi gruplar arasındaki farklılığın neredeyse %30'u yöntem farklılığından kaynaklanmaktadır.

Ayrıca, bu farkın faktörler açısından ele alınması durumunda, B düzeyindeki (kavramsal anlama) puanlarda gözlenen varyansın %22'sinin .05 anlamlılık düzeyinde BCS kullanımından kaynaklandığı gözlemlenmektedir. [F=7.554, p = .011, η^2=.219] (Ek–9)

Şekil 3.4

Sontest ve Kalıcılık testinin altboyutlarından elde edilen ortalamaların karşılaştırılması



Grupların sontest ve kalıcılık testi ortalamaları arasında belirgin bir fark olmamasına rağmen Şekil 3.4 yardımı ile aşağıdaki yorumlar yapılabilir;

- Her iki grubun da A ve B puan türlerindeki ortalamaları belirgin bir biçimde artmış sadece C puan türündeki ortalamaları düşmüştür.

C puan türü problem çözme becerilerini ölçen sorulardan oluşmaktadır. Bu tarz sorular zaten zor nitelikteki sorular olarak sınıflanmaktadır. Her iki gruptaki öğrenciler için de alışılmış soru tipinin dışında olan bu sorulardaki puan düşüklüğü soruların zorluğuna bağlanabilir.

Genel olarak her iki gruptaki öğrencilerin yeni karşılaştıkları ölçme prensiplerine alışmakta güçlük çektikleri söylenebilir.

- Rutin işlem becerilerini ölçen A puan türündeki ortalamalara bakıldığında, her iki grubun da sontest ortalamaları eşit düzeyde iken sadece yapılandırmacı öğrenim gören grup-2'nin kalıcılık testi ortalaması grup-1'den belirgin bir şekilde yüksek çıkmıştır.

Genel anlamda her iki grup da kavramsal anlama ve matematiği kullanabilme'ye yönlendirildiği halde bilgisayar kullanmayan grubun diğer gruba göre işlem becerisine biraz daha fazla önem verdiği düşünülebilir.

- Yapılandırmacı öğrenme ortamlarının asıl hedefi olan diğer puan türlerinde ise BCS destekli öğrenim gören grup–1 öğrencileri sontest'ten kalıcılık testine kadar geçen süre içinde kavramsal anlama ve problem çözme becerilerini geliştirmeye daha fazla önem vermiş görünmektedir.

- İki grup arasındaki fark en belirgin biçimde kavramsal anlama düzeyini ölçen puan türünde göze çarpmaktadır.

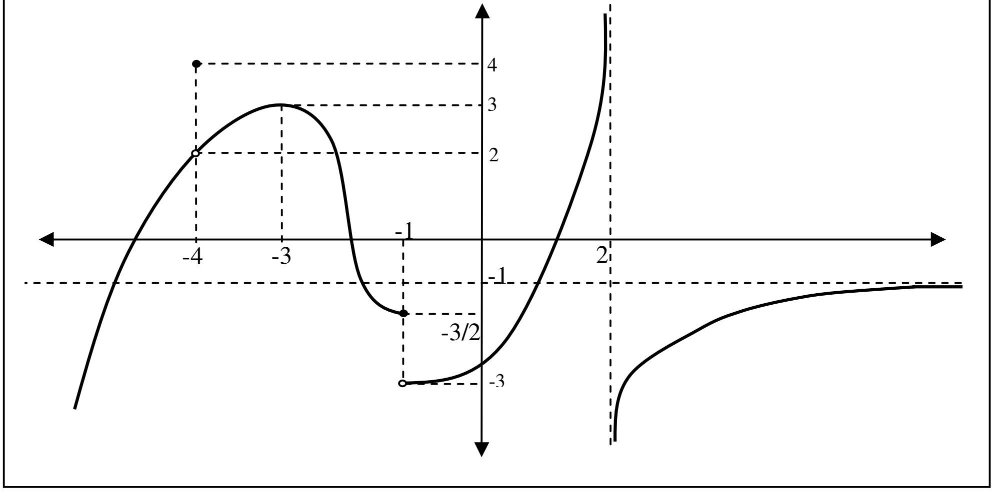
Bu puan türündeki sorular problem çözme sorularına göre nispeten daha kolay olduğu için daha belirleyici olmuş olabilir.

Ayrıca bu puan türündeki hem sontestte hem de kalıcılık testinde ısrarla sorulan sorulardan birisi maple yardımı ile hazırlanan bir maplet üzerinde yeterince alıştırma yapmaya bağlı olabilir.

Bu maplet ile öğrenciler kendi arzularına göre bir grafik çizdirebilmekte ve belirttikleri bir noktaya hem sayısal hem de grafiksel yaklaşımın nasıl olduğunu gözlemleyebilmektedir.

Bahsedilen soruya ait örnek bir grafik aşağıda verilmiştir. Bu grafik üzerinde öğrencilere bazı noktalardaki limit ve süreklilik kavramlarına ait sorular yönlendirilmektedir.

Şekil 3.5
Kavramsal bir limit sorusuna ait grafik



Kavramsal anlamayı yansıtan puan türündeki fark sontest ortalamasına göre anlamlı düzeyde değilken kalıcılık testi ortalamaları incelendiğinde bu farkın arttığı ve .05 düzeyinde anlamlı bir hale geldiği gözlemlenmiştir.

BCS uygulamalarının kavramsal anlama düzeyinde etkili olduğu sonucu çıkartılabilir. Yapılandırmacı öğrenme ilkelerinin uygulanmasında BCS uygulamaları anlamlı düzeyde etkili olabilmektedir. Zaten, Dubinsky ve arkadaşları BCS desteğinde hazırlamış oldukları yapılandırmacı öğretim ortamını tavsiye etmektedirler (2004).

Bu araştırmanın öğretim tasarımında da öğrencilerin kavramsal anlayışları ve bu kavramları problem çözmede kullanabilmeleri hedef alınmıştır. Kalıcılık testi sonuçları göstermektedir ki, aynı literatürdeki benzer çalışmalarda olduğu gibi BCS desteğinden istifade eden öğrenciler kavramsal anlama konusunda daha başarılı olabilmektedirler (Galindo, 1995; Leinbach ve arkadaşları, 2002; Embse, 2001).

3.2.5 Cinsiyetin Başarıya Olan Etkisinin İncelenmesi

İki gruba uygulanan öğretim yönteminin cinsiyetler açısından farklılık oluşturup oluşturmadığı da önemli bulgulardan birisidir. Bu araştırmanın da alt problemlerinden birisi olarak bu faktör ele alınmıştır.

Deneysel uygulamanın asıl hedefi öğretim yönteminin, ön-başarıları eşit iki grup üzerindeki etkisini araştırmak olduğundan, gruplar başarıya göre denkleştirilmiş ve hazır bulunuşluk puanları istatistiksel olarak eşit kabul edilen 15'er kişilik iki grup oluşturulmuştur. Cinsiyet dağılımındaki eşitsizlikten (tablo 2.3) dolayı cinsiyet ile ilgili analizlerde parametrik olmayan testlerden Mann-Whitney U testinin kullanılmasının daha uygun olduğu düşünülmüştür.

Bu incelemede sırasıyla;

- Grup–1 içerisindeki erkekler ile kızlar,
- Grup–2 içerisindeki erkekler ile kızlar,
- Grup–1 kızları ile grup–2 kızları,
- Grup–1 erkekleri ile grup–2 erkekleri

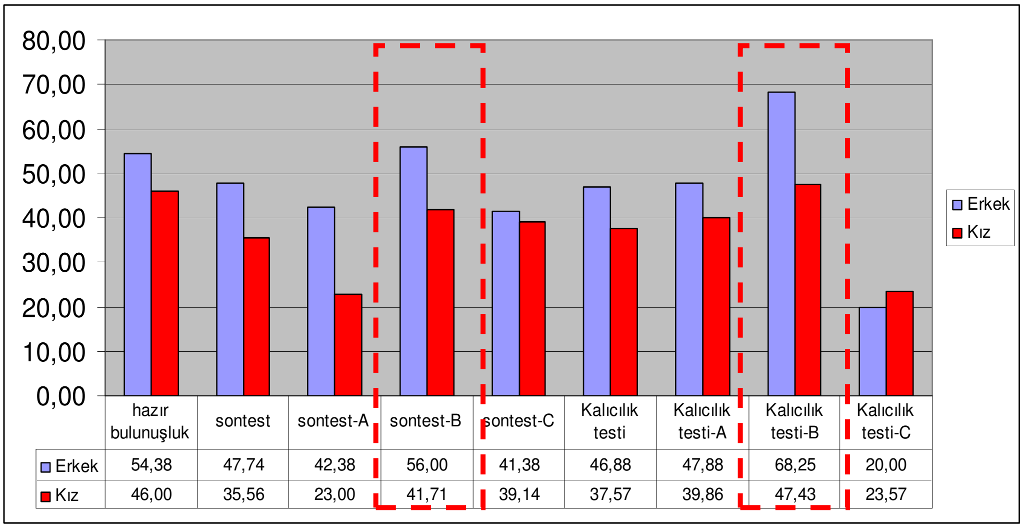
Arasındaki ortalama farkının anlamlılığı analiz edilmiştir. Hem son test hem de kalıcılık testi puanları göz önüne alınırken, her iki sınavda da işlem becerisi (A), kavramsal anlama (B) ve problem çözme (C) alt boyutlarından elde edilen puanlar değerlendirilmiştir. Aşağıda, bütün testlerden alınan puanların betimsel istatistiklerinden sonra sadece anlamlı fark bulunan durumlar rapor edilmiştir. Mann-Whitney U testi'ne ait bütün tablolara ekler kısmından ulaşılabilir (Ek–9).

3.2.5.1 Grup–1 içerisindeki erkekler ile kızların başarı farkı

Grup–1 içindeki cinsiyet sınıflandırmasına göre uygulanan testlerden alınan sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Şekil 3.6

Grup–1 içinde cinsiyete göre başarı karşılaştırılması



Hazır bulunuşluk testi ortalamalarına bakıldığında her ne kadar erkeklerin kızlara göre bir parça üstünlüğü göze çarpsa da bu grup içindeki erkek ve kızlar arasında anlamlı sayılabilecek bir başarı farkı yoktur ($p > .05$).

Tablo 3.9

Hazır bulunuşluk testi puanlarına göre Grup–1 içinde cinsiyet farkının başarı analizi

Cinsiyet	N	Sıra ortalaması	Mann-Whitney U	p
Erkek	8	9.25	18.00	.247
Kız	7	6.57		

Sontest ve kalıcılık testi puanları ve bunların alt puan türlerinde genel olarak erkeklerin üstünlüğü göze çarpsa da sadece iki puan türünde bu fark dikkati çekmektedir (Şekil 3.6).

Hem sontest hem de kalıcılık testine ait kavramsal anlama düzeyindeki ortalamalarda erkekler kızlardan dikkate değer oranda üstündür. Bu farkın istatistiksel olarak da anlamlı olduğunu tablo 3.10 ve tablo 3.11'den anlayabiliriz ($p < .05$).

Tablo 3.10

Kalıcılık testi-B puanlarına göre Grup–1 içinde cinsiyet farkının başarı analizi

Cinsiyet	N	Sıra ortalaması	Mann-Whitney U	p
Erkek	8	10.69	6.50	.013
Kız	7	4.93		

Öğretim sırasında BCS desteğinden yararlanan gruptaki erkekler kavramsal anlama durumunu yansıtan kalıcılık testi puanına göre kızlardan .05 anlamlılık seviyesinde daha başarılı olmuştur.

Bu sonuca göre, erkek öğrencilerin bilgisayar sayesinde kız öğrencilerden daha iyi bir kavramsal anlama düzeyine ulaştıklarını anlayabiliriz.

Tablo 3.11

Sontest-B puanlarına göre Grup–1 içinde cinsiyet farkının başarı analizi

Cinsiyet	N	Sıra ortalaması	Mann-Whitney U	p
Erkek	8	10.13	11.50	.049
Kız	7	5.57		

Benzer bir sonuç, yine kavramsal anlama durumunu yansıtan sontest puanında da gözlemlenmektedir. Sontestin kavramsal anlamayı yansıtan puan türüne göre de erkekler ile kızlar arasında anlamlı bir başarı farkı vardır ($p < .05$). Bu da erkeklerin kavramsal anlama düzeyinde kızlara göre BCS desteğinden daha fazla istifade ettiği yorumumuzu güçlendirmektedir.

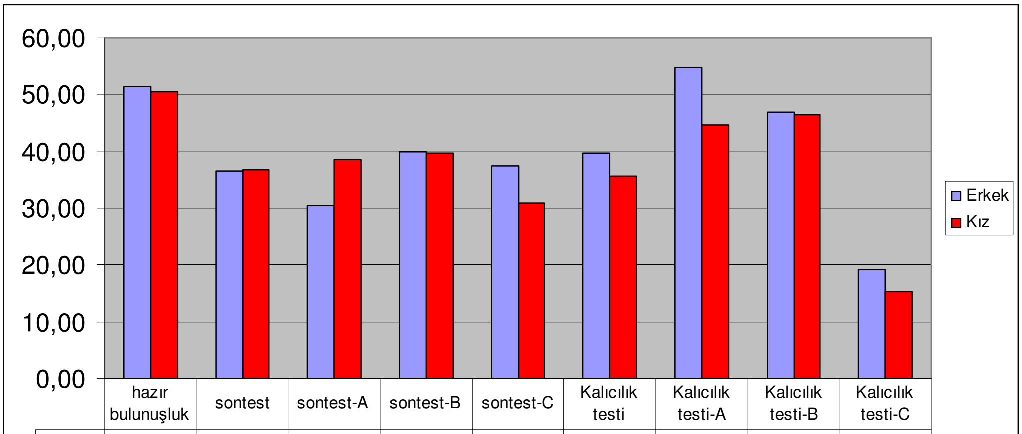
3.2.5.2 Grup–2 içerisindeki erkekler ile kızların başarı farkı

BCS desteğinden istifade etmeyen grup içinde erkekler ile kızlar arasında önemli sayılabilecek bir başarı farkına rastlanmamıştır.

Aşağıdaki grafiğe göre, kalıcılık testindeki işlemsel beceri puanına göre erkeklerin kızlara göre üstün olduğu görünse de bu fark istatistiksel olarak anlamlı değildir.

Şekil 3.7

Grup–2 içinde cinsiyete göre başarı karşılaştırılması



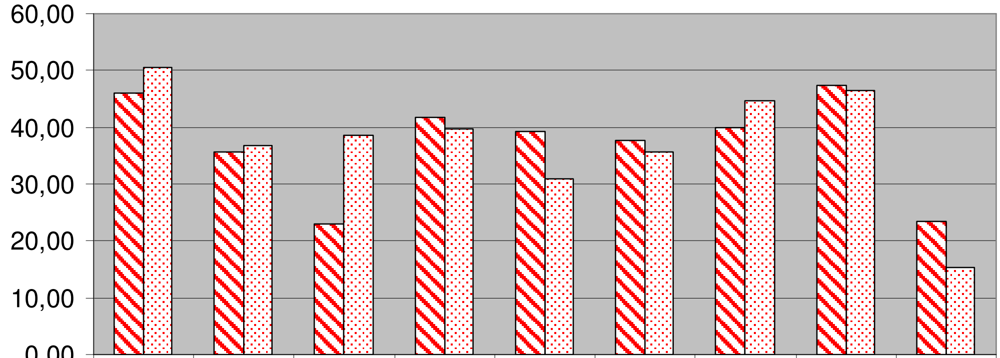
	hazır bulunuşluk	sontest	sontest-A	sontest-B	sontest-C	Kalıcılık testi	Kalıcılık testi-A	Kalıcılık testi-B	Kalıcılık testi-C
Erkek	51,40	36,52	30,40	40,00	37,40	39,80	54,90	47,00	19,10
Kız	50,60	36,83	38,60	39,80	31,00	35,60	44,60	46,40	15,40

Bu verilere göre yapılandırmacı yaklaşım prensiplerine göre anlatılan ancak bilgisayar desteğinden yararlanılmayan dersin kızlar ve erkekler üzerinde aynı etkiye sahip olduğu sonucu çıkartılabilir.

3.2.5.3 Grup–1 kızları ile Grup–2 kızları arasındaki başarı farkı

BCS desteğinden yararlanan kız öğrenciler ile yararlanmayan kız öğrenciler arasında da herhangi bir başarı farkı tepit edilememiştir.

Şekil 3.8
Kız öğrenciler için gruplararası başarı karşılaştırması



	hazır bulunuşluk	sontest	sontest-A	sontest-B	sontest-C	Kalıcılık testi	Kalıcılık testi-A	Kalıcılık testi-B	Kalıcılık testi-C
Grup-1	46,00	35,65	23,00	41,71	39,14	37,57	39,86	47,43	23,57
Grup-2	50,60	36,83	38,60	39,80	31,00	35,60	44,60	46,40	15,40

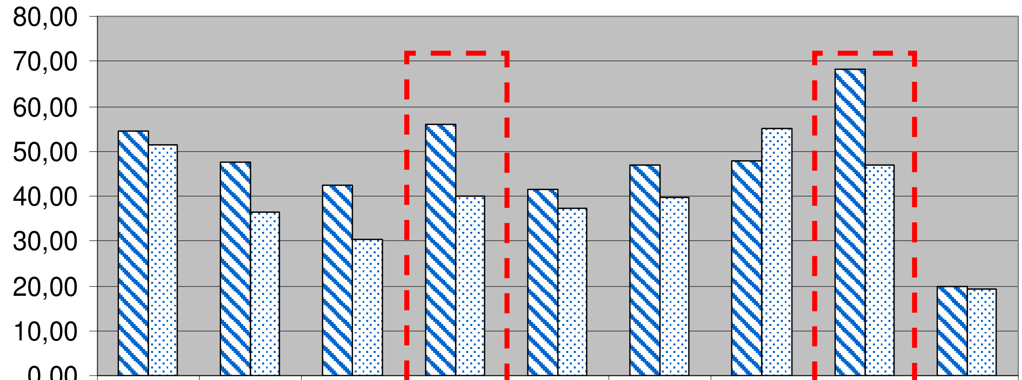
Yukarıdaki grafiğe göre iki ayrı gruptaki kızlar arasında sontestin işlemsel beceri puanına göre bir fark gözlemlense de bu fark anlamlı değildir.

Sonuç olarak, bilgisayar cebiri etkinliklerinin kız öğrenciler üzerinde önemli bir etki oluşturmadığını anlayabiliriz.

3.2.5.4 Grup–1 erkekleri ile Grup–2 erkekleri arasındaki başarı farkı

Grup–1 ile grup–2 içindeki erkek öğrencilerin başarı durumları aşağıdaki grafikte özetlenmiştir.

Şekil 3.9
Erkek öğrenciler için gruplararası başarı karşılaştırması



	hazır bulunuşluk	sontest	sontest-A	sontest-B	sontest-C	Kalıcılık testi	Kalıcılık testi-A	Kalıcılık testi-B	Kalıcılık testi-C
Grup-1	54,38	47,54	42,38	56,00	41,38	46,88	47,88	68,25	20,00
Grup-2	51,40	36,52	30,40	40,00	37,40	39,80	54,90	47,00	19,10

Öncelikle hazır bulunuşluk testi ortalamalarına bakılırsa, grup-1'deki erkeklerin grup-2'deki erkeklere göre daha yüksek bir puan seviyesine sahip olduğu göze çarpsa da bu başarı farkının anlamlı olmadığı aşağıdaki tablodan anlaşılabilir ($p > .05$).

Tablo 3.12

Erkeklerin Hazır bulunuşluk testi puanlarına göre gruplar arası analizi

Grup	N	Sıra ortalaması	Mann-Whitney U	p
Grup–1	8	10.31	33.50	.563
Grup–2	10	8.85		

Buna göre iki gruptaki erkek öğrencilerin uygulamadan önceki başarılarının eşit düzeyde olduğu anlaşılmaktadır.

Şekil 3.9 gözden geçirildiğinde, genel olarak BCS destekli öğrenim gören erkeklerin diğer gruptaki erkeklere oranla daha yüksek ortalamalara sahip oldukları gözlemlenmektedir.

Özellikle, sontest ve kalıcılık testine ait kavramsal anlama puanlarında grup–1 erkekleri belirgin bir üstünlük sağlamıştır. Sontest'in kavramsal anlama puanı ortalamalarına göre oluşan fark anlamlı olmasa da kalıcılık testi için bu fark .01 düzeyinde oldukça anlamlı bir seviyede gözlemlenmiştir.

Tablo 3.13

Erkeklerin Kalıcılık testi-B puanlarının gruplararası analizi

Grup	N	Sıra ortalaması	Mann-Whitney U	p
Grup–1	8	13.44	8.50	.005
Grup–2	10	6.35		

Erkek öğrenciler için öğretimde BCS kullanmak ya da kullanmamak oldukça önemli bir başarı farkına sebep olmaktadır. Her ne kadar her iki gruba da yapılandırmacı öğretim ilkelerine göre ders anlatılsa da BCS faktörü erkek öğrencilerin başarılarını olumlu yönde etkilemektedir.

Maalesef kız öğrenciler için aynı durum söz konusu değildir. Kız öğrenciler için BCS kullanımı, erkeklerde oluşturduğu faydalı etkiyi oluşturamamıştır.

Beyer, Rynes, Perrault, Hay ve Haller (2003) bilgisayar öğrencileri üzerinde yapmış oldukları çalışmada, bilgisayar kullanma ve bilgisayardan yararlanma konusunda kız öğrencilerin kendilerini erkek öğrencilerden daha az güven içinde hissettiklerini tespit etmişlerdir.

Bilgisayara yönelik tutumların cinsiyet yönünde farklılık gösterip göstermediğinin incelendiği bir başka araştırmada, yine erkeklerin daha yüksek bir tutuma ve öz yeterliliğe sahip oldukları ve bunda önceki tecrübelerin ve cesaretlendirmelerin etkili olduğu gözlemlenmiştir (Busch, 1995).

Rowel ve arkadaşları (2003), 651 üniversite öğrencisi üzerinde yapmış oldukları araştırmada bilgisayar ile ilişkili cinsiyet farklılıklarını incelemiş ve aşağıdaki sonuçlara ulaşmışlardır;

- Erkekler, bilgisayarlarına yeni programlar yükleme ve bilgisayarların çalışma prensipleri ile ilgilenmeye kızlardan .01 anlamlılık düzeyinde daha fazla zaman ayırıyorlar.
- Bilgisayar ile yapılan uygulamalar ve programlama konusunda da erkekler kızlardan .01 anlamlılık düzeyinde daha ilgililer.
- Erkeklerin daha yüksek bir yüzdesi lise sınıflarında programlama dersi almışlardır.
- Kızlar bilgisayarı eğlence ve bilgi alışverişi için kullanmaktan .05 düzeyinde daha fazla zevk alıyorlar.
- Kızların bilgisayara yönelik sosyal eğilimi .05 düzeyinde daha az.

Bu araştırmada da literatürdeki bulgular ile paralellik gösteren sonuçlar dikkati çekmiştir.

BCS desteğinde öğretim gören gruptaki erkeklerin kavramsal anlama puanları hem limit sontestte hem de final sınavında kızlardan önemli derecede yüksek çıkmıştır. Bu durumda, erkeklerin BCS kullanımından kızlara göre daha çok yararlandığı söylenebilir.

Bilgisayar faktörünün öğretim ortamına entegre edilmediği, sadece yapılandırmacı kuram prensiplerinin kullanıldığı grupta erkekler ile kızlar arasında herhangi bir başarı farkına rastlanmamıştır.

İki gruptaki kızların başarı puanları kıyaslandığında yine önemli sayılabilecek bir başarı farkına rastlanmamaktadır. Ancak erkekler için aynı kıyaslama yapıldığında BCS desteğinden yararlanan gruptaki erkeklerin diğer gruptaki erkeklerden yine önemli derecede başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Sonuç olarak, öğretim ortamında bilgisayarın kullanılması erkek öğrencileri önemli ölçüde etkilerken kız öğrencileri etkilememiş görünmektedir. Bu sonuç da, Rowel ve arkadaşlarının (2003) 651 öğrenci üzerinde yürüttükleri araştırmanın sonuçları ile benzerlik göstermektedir.

3.3 DENEYSEL UYGULAMANIN MATEMATİK TUTUMLARI ÜZERİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Birbirinden farklı tarzda öğrenim gören iki grubun matematik tutumları uygulamadan sonra karşılaştırılmıştır. Uygulamadan önce matematik tutumları arasındaki farkın anlamlılık düzeyi .782 (Tablo 3.6) iken uygulamadan sonra bu iki grubun matematik tutumları arasındaki farkın anlamlılık düzeyi .153 olarak hesaplanmıştır (Tablo 3.14).

Tablo 3.14

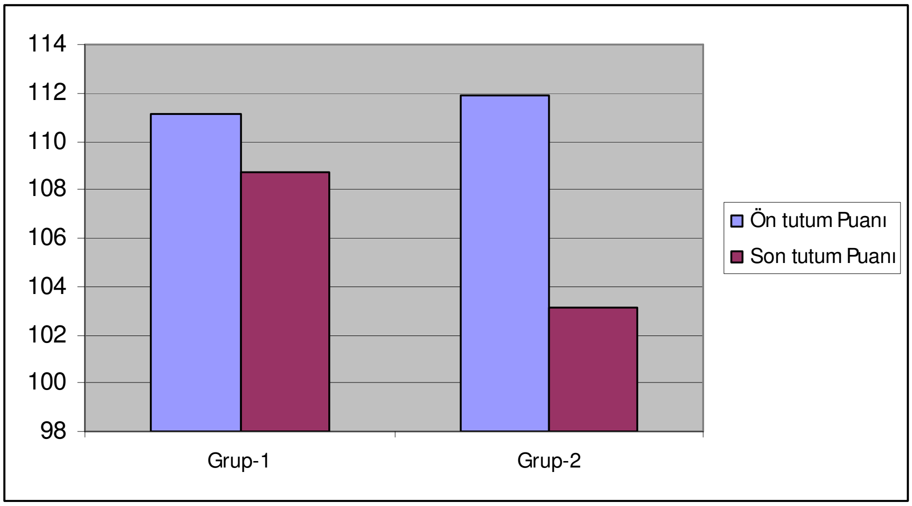
Son-tutum Puanları Gruplarası Karşılaştırma

Grup	N	Tutum Puanı	Std. Sapma	F	p
Grup–1	15	108.73	8.681	2.153	.153
Grup–2	15	103.13	11.963		
Toplam	30	105.93	10.657		

Tablo 3.14 BCS desteğinden istifade etmenin öğrenci tutumlarını etkilemediğini göstermektedir. Ancak daha dikkatli ve derin bir inceleme bize orijinal bulgular sağlayabilir.

Şekil 3.10

Tutum puanlarının gruplara göre karşılaştırılması



Burada ilgilenmeye değer bir sonuç göze çarpmaktadır. Araştırmadaki her iki gruba da geleneksel öğretimden uzak, öğrenci merkezli ve yapılandırmacı öğrenme prensipleri ışığında ders anlatılmasına rağmen, şekil 3.10'da da gözlemlenebileceği gibi iki grubun da matematik tutumlarında bir düşüş göze çarpmaktadır.

Bu tutum ölçeği bir üniversitenin fen edebiyat fakültesi matematik bölümü 1. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Ön tutum ölçeği, öğrencilerin fakülteye henüz gelmiş olduğu Ekim ayının başında uygulanmıştır. Son tutum ölçeği ise öğrencilerin 2 ay gibi bir zaman ders görmeleri ve diğer derslere de ait sınavların da ardından uygulanmıştır. Ayrıca tutum ölçeği, sadece genel matematik dersini değil genel anlamda matematiğe yönelik tutumlarını sorgulayan cümlelerden oluşmuştur. Öğrencilerin diğer derslerde yaşamış oldukları bazı olumsuzluklar, diğer öğretim elemanlarının pedagojik temelleri olmayan yaklaşımları ve genel anlamda matematik bölümünün zorluğu öğrencilerin tutum puanlarının düşmesine sebep olmuş olabilir.

Bazı öğrencilerin tutum ölçeğindeki "*Matematik dersinde huzurlu olurum.*" veya "*Matematik beni huzursuz ediyor ve aklımı karıştırıyor.*" Gibi tutum cümlelerini puanlandırırken "*…… dersi için geçerli*" veya "*……… dersi hariç*" gibi notlar düşmeleri bu yorumu kuvvetlendirmektedir.

Bu durumda, aynı grubun öntutum ve sontutum puanlarının karşılaştırıldığı ilişkili t-testi uygulayarak hangi gruptaki düşüşün anlamlı olduğunun incelenmesi düşünülmüştür.

Tablo 3.15

Grup–1 için Öntutum - Sontutum Puanları Grup içi Karşılaştırma

Tutum Puanları (Grup–1)	N	Ortalama	Std. Sapma	Serbestlik derecesi	t	p
Öntutum	15	111.13	5.975	14	1.340	.202
Sontutum	15	108.73	8.681			

Tablo 3.15'ten anlaşılmaktadır ki, BCS + yapılandırmacı grubun tutumundaki düşüş anlamlı değildir ($p > .05$).

Tablo 3.16

Grup–2 için Öntutum - Sontutum Puanları Grupiçi Karşılaştırma

Tutum Puanları (Grup–2)	N	Ortalama	Std. Sapma	Serbestlik derecesi	t	p
Öntutum	15	111.87	8.228	14	3.260	.006
Sontutum	15	103.13	11.963			

Sadece yapılandırmacı öğrenim gören grubun tutum puanları ortalamasında gözlenen düşüşün oldukça anlamlı bir seviyede olduğu görülebilmektedir ($p < .01$).

Yapılandırmacı öğrenme ilkelerine göre kazandırılmaya çalışılan matematiksel becerilerin değerlendirilmesinde kullanılan sorular öğrencilerin pek de alışık olmadığı ve zorlandığı tiplerdeki sorulardır. Bu durumun da öğrencilerin tutumlarının düşmesinde etkisi olduğu düşünülebilir. BCS desteğinden yararlanan grubun kavramsal anlama ve yorumlama üzerinde bilgisayar desteğinde çalışmış olmaları tutumlarının korunmasında etkili olmuş olabilir.

3.4 ÖĞRENCİLERİN UYGULAMA HAKKINDAKİ GÖRÜŞLERİNİN İNCELENMESİ

Araştırmanın deney kısmına katılan öğrenci gruplarının her ikisine de geleneksel öğretimden farklı bir metod uygulanmış olduğundan uygulama sonrası her iki gruba dâhil öğrencilerin görüşlerinin de değerlendirilmesi düşünülmüştür. Bu amaçla bir anket kullanılmıştır. Bu anket 5'li likert tipinde hazırlanmış ve öğrencilerden, formda yazılı olan görüşlere hangi seviyede katıldıklarını belirtmeleri istenmiştir. "**5**" öğrencilerin yazılı görüşe tam anlamı ile katıldıklarını, "**1**" ise yazılı görüşe kesinlikle katılmadıklarını temsil etmektedir. Ayrıca, öğrencilerin serbest bir şekilde görüşlerini yazarak da belirtmeleri istenmiştir.

Anket 3 bölümden oluşmaktadır. İlk iki bölüm maple programı ve genel olarak bilgisayar kullanımı ile ilgili olduğundan bu kısmı sadece bilgisayar desteğinden yararlanan grup doldurmuştur. Üçüncü bölümde ise yapılandırmacı öğretim ortamı ile ilgili görüşler alındığından her iki grup öğrencileri tarafından doldurulmuştur.

Tablo 3.17
Uygulama ile İlgili Öğrenci Görüşleri-A

Görüşler	**Katılım Puanları**
A-Öğretimde Maple Programının Kullanımı;	**Grup–1 Ortalaması**
1-Daha fazla uygulama şansı tanıması sayesinde öğrencilerin daha iyi birer matematik kullanıcısı olmasına sebep olur.	4,7
2-Okul matematiğini çalışma alanlarındaki matematiğe daha benzer hale getirir.	4,4
3-Kavramsal anlamaya odaklanarak, öğrencilere daha derin bir öğrenme imkânı tanır.	4,3
4-Kuralların ezberlenmesinin önemini ortadan kaldırarak, matematiğin prosedürel görünümünü azaltır.	4,3
5-Matematiğin güncel teknoloji ile bağlantılı kalmasını sağlar	4,5
6-Cebirsel becerisi düşük olan öğrencileri takviye eder.	3,3
7-Öğrencilerin matematiksel keşifler yapmasına daha fazla imkân tanır.	4,6
8-Grafikler, tablolar ve cebir arasında basit bağlantılar kurulabilmesini sağlar	4,6
9-Yeni konulara ve uygulamalara zaman ayrılmasını sağlar	4,3
10-Gerçek hayat problemleri ile fazla zorlanmadan uğraşılmasını sağlar	3,7
11-Müfredattaki rutin prosedürleri en aza indirger	4,0
12-Öğretmenler için, konu başlıklarını ve öğretilecek kavramları tanıtmak adına daha fazla imkân sağlar.	4,3
13-Öğrencilerin problemleri çözmek için daha çeşitli problem çözme stratejileri kullanmalarına inkan tanır.	4,4
14-Keşfetme ve işbirliği çalışmaları gibi pozitif öğrenme stratejilerinin kullanımını teşvik eder.	4,3
15-Prosedürlerin öğreniminden önce kavramsal gelişimin gerçekleşmesine imkân tanır.	3,9
16-Öğrencilerin matematiksel yapıyı anlamalarını artırır.	3,9
17-Öğrencilerin kendi yaptıklarını kontrol edebilmelerini sağlar.	4,7

Tablo 3.18
Uygulama ile İlgili Öğrenci Görüşleri-B

B-Bilgisayar Kullanımı ile ilgili görüşleriniz;	**Grup–1 Ortalaması**
1-Derste bilgisayar kullanılarak yapılan sunumlar etkileyici idi.	4,5
2-Derste bilgisayar kullanılarak yapılan sunumlar eğitici idi.	4,2
3-Bilgisayar sunumları sayesinde matematik ile ilgili görüşlerim olumlu olarak değişti.	4,3
4-Diğer derslerde de yeri geldikçe bilgisayar uygulamaları yapılsa iyi olur.	4,3
5-Maple programı, en azından ders için etkinlikler yapılması amacı ile rahatlıkla öğrenilebilir.	4,2
6-Ders harici zamanlarda mümkün olduğunca maple programından faydalandım.	2,6

Anketin ilk iki bölümündeki görüşlerin tamamına yakınının 5 üzerinden 4 ve daha üzeri puanlarla değerlendirilmesi, öğrencilerim BCS desteğinde işlenen derslerden fazlası ile memnun olduklarını göstermektedir.

En düşük puanı alan "*Cebirsel becerisi düşük olan öğrencileri takviye eder.*" görüşüne katılma oranının düşük olmasındaki sebep Maple programının kullanım tarzında aranabilir. Bu uygulamada Maple programının cebirsel özelliklerinin kullanımına fazla yer verilmemiş daha çok grafik gösterimleri üzerinde öğrencilerin yorum yapmaları ve çeşitli animasyonlu grafikleri anlamaya çalışmaları istenmiştir. Buna rağmen öğrenciler belli bir oranda da olsa Maple programının cebirsel özelliklerinden yararlanmışlardır. Bu sebeple, her ne kadar en düşük de olsa 5 üzerinden 3,3 puan azımsanmayacak bir puan olarak değerlendirilebilir.

A bölümünde, katılma oranı düşük olan (3,7) bir başka görüş ise BCS'nin gerçek hayat problemleri ile fazla zorlanmadan uğraşılmasını sağlayacağıdır. BCS'nin gerçek hayat problemlerini çözmeye getirdiği kolaylık, rutin ve bazen oldukça uğraştırıcı cebirsel prosedürlerin kullanıcıyı yormasını engellemektir. Bu araştırmadaki BCS grubundaki öğrenciler Maple'ın cebirsel hesaplamalarında fazla ustalaşma imkânı bulamadıklarından bu görüşe katılma oranı beklenildiği kadar yüksek çıkmamış olabilir.

Anketin B kısmı incelendiğinde öğrencilerin bilgisayar sunumlarından etkilendiği ve bu sunumları etkileyici buldukları anlaşılmaktadır. "*Ders harici zamanlarda mümkün olduğunca maple programından faydalandım.*" Görüşüne katılma oranının 5 üzerinden 2,6 puan ile sınırlı kalması öğrencilerin Maple programını ferdi ya da grup halinde ders etkinlikleri dışında pek kullanma imkânı bulamadıklarını ortaya koymaktadır.

Araştırmadaki öğrencilerin başarı düzeylerini yansıtan nicel bulguların da beklenen kadar iyi çıkmamasının sebeplerinden biri bu durum olabilir.

Tablo 3.19

Uygulama ile İlgili Öğrenci Görüşleri-C

Görüşler	**Katılım Puanları**	
C- Ders anlatımı ile ilgili görüşleriniz;	**Grup–1 ortalaması**	**Grup–2 ortalaması**
1-Verilen konuları arkadaşlarımla grup olarak yeterli düzeyde çalıştığıma inanıyorum.	2,5	2,1
2-Hocamızın bizi yönlendirdiği kavramları, öncelikle kendimizin keşfetmeye çalışması heyecan vericiydi.	4,1	4,1
3-Diğer derslerimizde de bu şekilde keşfetme çalışmaları yapmak isterim.	3,8	4,4
4-Verilen konuları tek başıma yeterli düzeyde çalıştığıma inanıyorum.	2,8	2,5
5-Hocamızın, ders anlatımı sırasında genelde yapıldığı gibi teorem, tanım ve çeşitli açıklamaları direk olarak bize vermesini tercih ederdim.	1,9	1,3
6-Arkadaşlarımla grup olarak veya tek başıma yapmış olduğum çalışmalarım neticesinde de derste ulaştığımıza benzer kavramsal sonuçlara ulaştım.	3	2,6

Her iki gruba da sorulan sorular değerlendirildiğinde, dersin yapılandırmacı bir anlayışa uygun bir şekilde yürütülmesinin öğrencileri daha fazla motive ettiği ancak öğrencilerin üzerlerine düşen görevleri olması gibi yerine getirmediği anlaşılmaktadır. Bunda öğrencilerin alışkanlıklarından kolay kolay vazgeçememelerinin rolü olduğu düşünülmüştür. Buna rağmen öğrenciler ders işleme tarzının diğer derslerde de bu şekilde olması yönünde olumlu bir görüş beslemektedirler.

Yukarıdaki anketin devamında, öğrencilerden bu derste başarılı olabilmek için neler yapılması gerektiği ve ders anlatım biçimi ile ilgili düşüncelerini yazmaları istenmiştir. Bu yazılı düşünceler aşağıda aktarılmış ve yorumlanmıştır;

G.1: *Bu derste daha başarılı olmak için, kavramlar arası ilişkileri kurabilecek kadar iyi öğrenmeliyim.*

G.2: *Analiz derslerinde başarıyı yakalayabilmek için öğrendiğimiz kavramların gerçek problemlerde uygulamalarına ağırlık vermeliyim.*

G.3: *Analiz dersinde başarılı olmak için grup çalışmalarını aksatmamalıyız.*

G.4: *Soruları yorum yaparak çözmeliyim.*

G.5: *Analiz dersinde başarılı olmak için yapmam gerekenler; konuları en iyi şekilde analiz etmek ve daha sonra o konu hakkında elimde olan soruları çözmek*

G.6: *Tanım ve teoremleri ezberlemek yerine öğrenmeye çalışmalıyım.*

G.7: *Hocanın çözdüğü örneklerdeki gibi mantığa dayalı başka örnekler çözmeli ve konunun mantığını kavramalıyım.*

G.8: *Bu derste başarılı olabilmek için direkt formülleri ezberleme değil de onların nasıl ortaya konulduklarını ve kavramların anlamlarını iyi bir biçimde anlamam ve bol soru çözmem gerekiyor.*

G.9: *Kavramların günlük hayatta kullanılış mantığını kavrayarak çalışmalıyım. Kendim de yeni bir şeyler üretecek seviyede olmalıyım.*

G.10: *Sorduğunuz sorulardan anlaşıldığı üzere, sorular bizim bilip bilmediğimizi sorguluyor. Yani yapmamız gereken soruları çözmek değil, konuyu öğrenmek*

G.11: *Sınava girmeden defterdeki bütün örnekleri ve kitabın çoğunu çözüyorum. Yalnız bu sınavda limitteki sayısal örneklerden çok ne işe yaradığı üzerinde durulmuş. Bu beni bayağı bir zorladı. Bundan sonra bu konu üstüne daha çok yükleneceğim.*

G.12: *G. sontestde, derste anlatılan sorulardan farklı, yani kendi düşüncelerimizle yapabileceğimiz sorular olacağını da bilmeli ve ona göre çalışmalıyız.*

G.13: *Analiz dersinden anladığım şey yani yapmam gerekenin, kalıp halindeki soruları çözmek yerine verileni anlama ve yorumlama olduğu. Kalıp halindeki soruları sadece yorum yaparken kullanıyorum, daha doğrusu hoca buna itiyor. Belirli soru tarzlarından ziyade konunun mantığını ve özünü anlamaya çalışıyorum artık. Hocanın sınavlarına baktığımda benden beklenen şeyin yorum yapmam olduğunu anlıyorum. Sınadığı şey ise ne kadar iyi ezber yaptığım değil verdiğini ne kadar anlamışım. Ama ezberci bir sistemden geldiğim içim zorlanıyorum. Bu nedenle dersten soğuyorum. Yani biraz daha bu sisteme alışmam için süre gerekiyor.*

G.14: *Bu uygulama matematiği daha iyi anlama yönünden güzel. Fakat yeni soru çeşitleri görme yönünden sıkıntı yaşayabiliyoruz.*

G.15: *Geometrik olarak grafik üzerinde fonksiyonun limitini bulurken, her seferinde bilgisayarda çalıştığımız animasyon aklıma geliyor.*

G.16: *Aldım elime test kitabını çöze çöze limit bitti. Sınava girdim. Kendimi bitirmiş zannettim. Demek ki bu üniversiteye geçiş sınavı bizi makineleştiriyor. Sınavda mantığım çalışmadı.*

G.17: *Derste yeni bir şeyler keşfetmek derse olan ilgimizi arttırdığından böyle derslerin daha verimli olduğunu ve hiç sıkılmadan zamanın geçtiğini söylemeliyim. Ayrıca belirli aralıklarla quizlerin olması bizi ders çalışmaya yönlendiriyor. Ben bu bölüme gelirken hep hayal gücümü kullanmayı hayal ettim. Bu yüzden tanım, teorem ve ispat ezberlemek çok sıkıcı. Böyle şeyler yerine beynimizin sınırlarını zorlayıcı, yeni keşifler yapabileceğimiz dersler benim için çok keyif verici.*

G.18: *Zevk aldığımız tek ders bu. Öğrencinin aktif olması ve onlara söz hakkı verilmesi çok önemli, bu da yapılıyor zaten. En güzel işlenen ders bu bence.*

G.19: *Maple programı ile sonuçları direk olarak görmek faydalı olmuyor. Ancak grafikler üzerinde yaptığımız yoruma dayalı çalışmalar güzel oluyordu.*

G.20: *Bilgisayar kullanılarak yapılan maple dersleri ile limiti kafamda daha iyi canlandırabildim. Soruları çözerken mantıksal açıdan gerçekten de işe yarıyor.*

G.21: *Bilgisayar kullanımı görerek öğrenme açısından yararlı oluyor.*

G.22: *Maple programı bilim adamı yetiştirmek için iyi bir araç.*

G.23: *Maple ile çalışırken yapabildiğimi görmek özgüvenimi arttırdı.*

G.24: *Bilgisayar kullanma imkânı daha fazla olursa iyi olur.*

G.25: *Uygulama çok güzeldi. Arkadaşlarıma ve bana normal derslerde öğrenebileceğimizden daha fazlasını verdi.*

G.26: *Uygulama gayet yararlıydı.*

G.27: *Grup çalışması bence güzeldi. Önceden konular ve teoremler hakkında fikir sahibi oluyorduk.*

G.28: *Uygulama bizi bir şeyler bulmaya sevk ettiği ve araştırmaya yönlendirdiği için güzel.*

G.29: *Bu uygulama bizimle ilgilendiğinizi kanıtlıyor.*

Öğrencilerin yazılı olarak beyan ettikleri düşüncelerini bir sistematik içinde inceleyecek olursak, toplam 30 öğrencinin 29'u yazılı olarak düşüncelerini belirtmişlerdir. Bu 29 öğrencinin görüşlerinin dağılımı ise aşağıdaki gibidir.

Tablo 3.20

Uygulama ile ilgili öğrenci görüşlerinin sınıflandırılması

Görüş Açıklaması	Miktar
1- Kavramlar arası ilişkinin önemine dikkat çeken görüşler	1
2- Matematiksel kavramların gerçek bağlamda kullanımının önemine dikkat çeken görüşler	3
3- Grup halinde çalışmanın önemine dikkat çeken görüşler	1
4- Kavramları yorumlayabilmenin önemine dikkat çeken görüşler	2
5- Kavramlar üzerinde ayrıntılı analizler yapabilmenin öneminden bahsedenler	2
6- Tanım ve teoremleri ezberleme yerine öğrenmenin önemli olduğuna dair görüşler	3
7- Konunun özünü ve mantığını kavramanın önemine dikkat çeken görüşler	2
8- Uygulanan öğretim yönteminin kendileri için yararlı, ancak kendilerinin alışmakta güçlük çektiğini yansıtan görüşler.	2
9- Bilgisayarın, özellikle görselleştirme yönünün faydalı olduğuna inananlar	4
10- Özel olarak Maple programının faydasına ve önemine işaret eden görüşler	2
11- Uygulamanın çok yararlı olduğunu vurgulayanlar	3
12- Matematik bölümünde bu tarz bir ders anlatımının zevkli olduğunu belirtenler	4
13- Bilgisayar kullanımı imkânının daha fazla olması gerektiğini vurgulayanlar	1

Yukarıdaki tablodaki ilk 7 görüş yapılandırmacı kuramın prensiplerini yansıtmaktadır ve toplam 14 öğrencinin serbest olarak düşüncelerini yazarken bu prensipleri yansıtan düşünceler beyan etmesi, Öğrencilerin genel olarak yapılandırmacı öğrenme kuramı ilkelerine göre kendilerini yetiştirmeleri gerektiğine yönlendiklerini gösteren önemli bir bulgu olarak kabul edilebilir.

Önemle değerlendirilmesi gereken bir başka bulgu ise öğrencilerin her ne kadar yapılandırmacı öğretim ilkelerine göre anlatılan dersten memnun da olsalar daha önceki eğitim-öğretim hayatlarından gelen alışkanlıklarından dolayı bu öğretim yaklaşımı içinde kendilerini çok rahat hissetmediklerini beyan etmeleridir. Öğrenciler bilginin en güzel hazırlanmış hali ile kendilerine sunulmasını arzu etmektedirler. Ancak bunun doğru olmadığının da farkında oldukları anlaşılmaktadır.

Ayrıca araştırmanın BCS grubu öğrencilerinin beyanları da bilgisayar kullanımının kavramsal gelişimlerini olumlu yönde etkilediğini ancak bilgisayar kullanımı fırsatının yeterli ölçüde sağlanamadığını göstermektedir. Araştırmanın nicel sonuçları da bu durumdan etkilenmiş olabilir.

Öğrencilerin uygulama hakkındaki görüşlerini genel olarak değerlendirdiğimizde, araştırma süresince uygulanan öğretim yaklaşımının ve bu yaklaşım yanında BCS desteği sağlanmasının öğrencilerin matematik hakkında olumlu tutumlar geliştirmesine yardımcı olduğu söylenebilir.

Bu bağlamda, son-tutum puanlarının ön-tutum puanlarından bir miktar düşük çıkmasını, öğrencilerin diğer derslerde yaşamış oldukları olumsuzluklarla ilişkilendiren yorumun kuvvet kazandığı düşünülebilir.

IV. BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmanın en temel amacı lisans düzeyinde anlatılan matematik derslerine pedagojik bir açıdan yaklaşmak olarak özetlenebilir. 1988 yılında Amerika Birleşik Devletlerinde yürütülen, özeleştiri olarak yorumlanabilecek bir araştırmada üniversitelerde araştırmayı ödüllendiren fakat öğretim kalitesini önemsemeyen akademik sistemden dolayı her ne kadar matematik eğitiminin kavramsal ağırlıkta olmasının öneminin farkında olunmasına rağmen uygulanmadığı rapor edilmiştir (Kasten, 1988).

Bu araştırmada da yukarıda belirtilen kaygı ile üniversitelerimizdeki matematik eğitimi konu olarak seçilmiş ve özel olarak da genel matematik veya analiz isimleri ile anılan ve başta Fen Edebiyat Fakültelerinin matematik bölümleri olmak üzere hemen hemen her sayısal bölümün 1. sınıfında okutulan dersin "Limit" konusu tercih edilmiştir.

Limit kavramı sonsuz küçükler hesabı ile ilgilenen genel matematik alanının en temel yapıtaşıdır. Türev ve integral kavramlarını yapılandırmak için limit kavramının öncelikle yapılandırılması çok önemlidir.

Limit kavramının öğretiminin yapılandırmacı öğrenme kuramı ışığında tasarlandığı çalışmalarda kavramsal gelişim açısından olumlu sonuçlar elde edilmiştir (Dubinsky ve arkadaşları, 1996). Ayrıca, genel matematik kavramlarının öğretiminde bilgisayar cebiri sistemlerinden yararlanan araştırmalar'ın ulaştığı sonuçlar değerlendirilmiştir (Monaghan, 1994; McCrae, 1999; Embse, 2001). Bu bağlamda, yapılandırmacı öğretimin kuramları ışığında bilgisayar cebiri sistemlerinden yararlanarak limit kavramının öğretimi araştırılması bu çalışmanın amacı olarak belirlenmiştir.

Araştırmada, Uşak Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'ünden 15'er kişilik iki grup seçilmiş ve gruplardan birisi Maple programının desteğinde yapılandırmacı öğretim prensiplerine göre tasarlanan öğretim ortamında ders görürken diğer grubun öğretim gördüğü ortam da yapılandırmacı kuram ışığında tasarlanmış ancak Maple programı bu grupta kullanılmamıştır. Maple programından yararlanmayan grup diğer grubun uygulamış olduğu etkinlikleri klasik yöntemlerle (kalem kâğıt kullanarak) aynen uygulamıştır.

Uygulamanın başında iki grubun öğrencilerinin bilişsel ve duyuşsal açıdan denk olmasını sağlamak üzere matematik tutum ölçeği ve genel matematik konularına yönelik hazır bulunuşluk testi uygulanmıştır. Bu testlerin sonuçlarına göre her iki grubun tutum puanı ortalamaları ile hazır bulunuşluk testi ortalamalarının eşit olduğu belirlenmiştir.

Uygulamanın sonunda her iki gruba mensup öğrencilerin limit kavramı ile ilgili bilişsel seviyeleri ve matematiğe yönelik duyuşsal özellikleri karşılaştırılmıştır. Ayrıca, bütün öğrencilerin uygulanan öğretim yöntemi hakkındaki görüşleri değerlendirilmiş ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

4.1 SONUÇ

Bu araştırmada klasik öğretim ortamı ile BCS destekli yapılandırmacı bir öğretim ortamını karşılaştırmak yerine her ikisi de yapılandırmacı öğretim prensiplerine göre öğrenim gören, ancak gruplardan birisi BCS desteğinden yararlandırılırken diğerinin bu destekten uzak tutulduğu iki grup karşılaştırılmıştır. Ulaşılan sonuçların, bu durum göz önünde bulundurularak değerlendirilmesi önem arz etmektedir.

Uygulama öncesinde genel matematik konularına yönelik hazır bulunuşluk düzeylerinin ve matematiğe yönelik tutumlarının denk olduğu istatistiksel olarak tespit edilen iki gruba uygulamayı takiben iki ayrı sınav uygulanmıştır. Sınavların her ikisi de öğrencilerin limit kavramı hakkındaki kazanımlarını test eden sınavlardır. Birbirlerinden tek farkları ise zaman faktörüdür. Sınavlardan birisi uygulamanın hemen bitiminde yapılmış ve son-test olarak adlandırılmıştır. Diğer sınav ise son-test'ten 1 ay kadar sonra uygulanmış ve kalıcılık testi olarak adlandırılmıştır. Bu sınavların sonuçlarına ait sonuçlar aşağıda özetlenmiştir;

- BCS desteğinden yararlanan grup-1'in her iki sınavdaki ortalamaları grup-2'nin ortalamalarından bir parça yüksek de olsa bu fark istatistiksel anlamlılıkta değildir.

Bu sonuç matematik öğretiminde BCS kullanımını araştıran çalışmalarde elde edilen sonuçlar ile paralellik göstermektedir (Kramarski, 2003; Vlachos ve Kehagias, 2000). Ancak, literatürdeki benzer çalışmalarda elde edilen keskinlikte bir sonuç elde edilememiştir. Bu araştırmada öğretilmesi hedeflenen limit kavramının sonsuz küçükler analizinin temelini oluşturan ve anlaşılmasında güçlüğün evrensel olarak kabul edildiği bir kavram olması da araştırmanın sonucunu etkilemiş olabilir. Davis ve Vinner'in limit öğretimini konu alan araştırmalarında da öğretim yönteminin bekledikleri kadar olumlu bir değişiklik oluşturmadığı tespit edilmiştir (1986).

BCS'nin matematik öğretimi amaçlı kullanımlarını inceleyen araştırmalarda yapılandırmacı bir yaklaşım içinde bulunmanın doğru olduğuna dair öneriler göze çarpmaktadır (Dubinsky, 2004). Bu araştırmada da literatürdeki benzer deneysel çalışmalardan farklı olarak yapılandırmacı ortam içinde BCS desteğinin önemi araştırılmıştır. BCS desteğinden yararlanmayan grup da yapılandırmacı öğretim ilkelerine bağlı bir ortamda ders görmüştür. Bu bağlamda, araşatırmada BCS desteğinin pozitif etkisini gözlemlemekle beraber literatürdeki deneysel çalışmalara benzer nitelikte istatiksel anlamda bir farkın oluşmaması normal karşılanabilir.

Bunun yanında uygulama sonrası yapılan her iki sınavdaki sorular işlemsel, kavramsal ve problem çözme becerilerini ölçmelerine göre sınıflandırılmış ve öğrencilerin her iki sınavda da üç ayrı puan türündeki ortalamaları da değerlendirilmiştir. Bu değerlendirme bize bazı çarpıcı sonuçlar sağlamıştır.

- BCS kullanımının öğrencilerin işlemsel becerilerini arttırmaya yönelik olumlu etkilerinin gözlemlenmediği, hatta BCS kullanımında bazı ilkelere dikkat edilmediğinde öğrencilerin işlemsel yeteneklerinin gelişmediği rapor edilmiştir (Monaghan, 1994; Herwaarden ve Gielen, 2002). Bu durum değerlendirildiğinde bu araştırmadaki iki grup arasında işlemsel beceri yönünden bir fark zaten beklenmemiştir ve aynen literatürdeki örneklerinde olduğu gibi işlemsel beceri yönünden iki grup arasında kayda değer bir farka rastlanmamıştır.
- Kavramsal anlama düzeyini yansıtan puan türündeki ortalamalar değerlendirildiğinde ise BCS kullanımının anlamlı bir etkisi gözlemlenmiştir.

Hem sontestte hem de kalıcılık testindee kavramsal anlama düzeyinde, grup–1 öğrencileri grup–2 öğrencilerinden daha yüksek ortalama elde etmişlerdir. BCS desteğinden yararlanan grup–1 lehine oluşan bu fark kalıcılık testi sonuçlarına göre istatistiksel bir anlamlılık kazanmıştır ($p = .011 < .05$).

Sonuç olarak, her iki grupta da yapılandırmacı öğretim uygulanmasına karşın BCS desteği verilen grubun kavramsal anlama yeteneğinin diğer gruba göre daha fazla geliştiği söylenebilir. Cnop, geleneksel matematik derslerinin ve matematik dokümanlarının öğrencilere kavrayış kazandırmada ne kadar yetersiz kaldığını ve BCS kullanılarak hazırlanan, öğrencilerin denemeler yapmalarına imkân veren dokümanların kavrayış geliştirmede ne kadar başarılı olduğunu belirtmektedir (2001). Bu araştırmadaki kavramsal anlama ile ilgili bulgu da Cnop'un araştırması ile paralellik göstermektedir.

Bu durumda, bilgisayar cebiri sistemlerinin matematik eğitiminde kullanımının, yapılandırmacı öğrenmeye yardımcı olarak öğrencilerin kavramsal anlayışlarını önemli oranda desteklediği söylenebilir.

- Bu araştırmaya ait bir başka önemli sonuç cinsiyet faktörünün BCS kullanımındaki rolünü incelediğimizde karşımıza çıkmaktadır.

BCS desteğinden faydalanan grup–1 içindeki erkekler ile kızlar arasında hazır bulunuşluk testi ortalamalarına göre anlamlı bir fark olmamasına karşın, uygulama sonrası yapılan bütün sınavlardaki hemen hemen her puan türünde erkeklerine lehine bir puan farkı tespit edilmiştir. Özellikle kalıcılık testi kavramsal anlama düzeyindeki puan türüne göre erkekler lehine oluşan fark oldukça önemli miktardadır ($p = .013 < .05$).

Bunun yanında BCS desteğinden yararlandırılmadan sadece yapılandırmacı öğretim prensiplerine göre öğrenim gören gruptaki kız öğrenciler ile erkek öğrenciler arasında uygulama sonrası yapılan sınavlardaki hiçbir puan türünde anlamlı bir farka rastlanmamasının yanında kız öğrenciler ile erkek öğrencilerin başarı düzeylerinin hemen hemen eşit seviyede olduğu tespit edilmiştir.

BCS desteğinden yararlanan grup–1 erkekleri ile yararlanmayan grup–2 erkeklerini karşılaştırdığımızda ise şu sonuca ulaşılmaktadır;

Hazır bulunuşlukları eşit seviyede olmasına karşın hem sontest hem de kalıcılık testine ait kavramsal anlama düzeyindeki puan türüne göre grup–1 erkekleri kayda değer miktarda daha başarılı olmuşlardır. Özellikle kalıcılık testi sonucunu incelediğimizde grup–1 erkeklerinin kavramsal anlama yeteneklerinin diğer grubun erkeklerine göre anlamlı düzeyde daha yüksek olduğu tespit edilmiştir ($p = .005 < .01$).

Benzer bir analiz kız öğrenciler için yapıldığında grup–1 kızları ile grup–2 kızlarının bütün puan türlerindeki başarı düzeylerinin yine eşit seviyelerde olduğu tespit edilmiştir.

Bütün bunları birlikte değerlendirdiğimizde, erkek öğrencilerin BCS desteğinden daha fazla yararlandığını, bir başka deyişle BCS kullanımının erkek öğrencilerin kavramsal başarılarını arttırmada anlamlı bir etkisinin olduğunu, ancak kız öğrenciler için yapılandırmacı öğrenme ortamında BCS desteğinin yer almasının herhangi bir anlamlılığının olmadığını söyleyebiliriz. Cinsiyetin bilgisayar kullanımı ve bilgisayara karşı tutum üzerine etkisi ile ilgili çalışmaların sonuçları da araştırmanın bu bulgusunu destekler niteliktedir (Busch, 1995; Rowel ve arkadaşları, 2003; Beyer ve arkadaşları, 2003).

➢ Duyuşsal özellikler eğitim öğretim faaliyetlerinin önemli çıktılarındandır. Bu araştırmanın sonunda da yapılandırmacı öğretim ve matematik eğitiminde BCS kullanımının öğrencilerin duyuşsal özelliklerini nasıl etkilediği iki yolla araştırılmıştır. Tutum ölçeği yardımı ile öğrencilerin son-tutum puanları tespit edilmiş ve ön-tutum puanları ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca, öğrencilerden uygulama hakkındaki görüşlerini yazılı olarak serbestçe yazmaları istenmiştir.

Araştırma grubundaki öğrencilerin son-tutum puanlarının ön-tutum puanlarına göre bir parça düştüğü tespit edilmiştir. Ön-tutum ölçeğinin öğrencilerin üniversiteye giriş sınavını kazanıp yeni bir üniversiteye ilk geldikleri sıralarda uygulanmış olması ve matematiğe yönelik bilinçli olmadan otomatik olarak olumlu tutumlar takınmış olabilecekleri, son-tutum ölçeği uygulanana kadar geçen 2 ayı aşkın bir süre içinde sadece bu uygulamanın içinde bulunmadıkları ve genel olarak matematiğe yönelik tutumlarını yıpratıcı tecrübeler yaşamış olabileceklerinden dolayı öğrencilerin son-tutum puanlarının düşmesinin normal olabileceği düşünülmüştür.

Uygulamaya dâhil edilen her iki grubun da ön-tutum puanları, 26 maddelik ve toplam puanın 130 olduğu ölçek için 111 puanın üzerindedir. Bu da öğrencilerin neredeyse bütün maddelere 4 ve üzerinde puan verdiğini göstermektedir. Araştırma grubundaki öğrencilerin son-tutum puanları ise 105 puan civarına gerilemiştir. Bu durum da yukarıdaki yorumu destekler nitelikte kabul edilebilir.

Ayrıca, her iki grubun ön-tutum ve son-tutum puanları arasındaki fark ilişkili t-testi ile incelendiğinde BCS desteğinden yararlanmayan grubun tutum puanındaki düşüşün oldukça kuvvetli bir şekilde anlamlı olduğu tespit edilmiştir ($p = .006 < .01$). Bunun yanında BCS desteğinden yararlanan grubun tutum puanının kayda değer bir şekilde düşmediği gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak, BCS desteğinin öğrencileri, matematiğe yönelik tutumlarının düşmesine sebep olan yıpratıcı etkilerden koruduğu söylenebilir. Vlachos ve Kehagias klasik matematik öğretimi ile BCS kullanımını karşılaştırdıkları araştırmalarında da BCS kullanımının matematiği öğrenciler açısından daha ilgi çekici hale getirdiğini ve öğrencilerin tutumlarının anlamlı derecede arttığını tespit etmişlerdir (2000).

Uygulamaya katılan her iki gruptaki öğrencilerin yazılı olarak beyan etmiş oldukları görüşleri değerlendirildiğinde sadece BCS desteğinin değil genel anlamda yapılandırmacı öğretim ilkelerinin uygulanmış olmasından öğrencilerin olumlu yönde etkilendiği sonucu çıkarılabilir. Öğrencilerin uygulama hakkındaki görüşleri aşağıdaki maddeler ile özetlenebilir.

- Yapılandırmacı öğrenim prensiplerine göre yürütülen dersler öğrencilerin matematiğe yönelik yaklaşımlarını olumlu yönde etkilemektedir.
- Yapılandırmacı öğrenme prensiplerine göre yetiştirilen öğrencilerin matematik kavramlarının gerçek bağlamlarda kullanılabilir olduğunu görmekten etkilenmektedir.
- Öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarının olumlu yönde gelişmesinin yanında yapılandırmacı öğrenme etkinlikleri ile kazandırılmak istenen davranışları ölçen nitelikteki sınavlar sayesinde öğrenciler kavramlar arası ilişkileri öğrenmek, derinlemesine yorumlar yapmak, kavramların gerçek bağlamdaki uygulamalarına dikkat etmek gibi ileri düzey matematiksel yeteneklerini geliştirmek zorunda olduklarını fark etmektedirler.
- Öğrencilerin görüşleri bilgisayar cebirleri sistemlerinin matematik öğretimi amacı ile kullanımının yapılandırmacı bir matematik öğretimini ciddi anlamda desteklediğini de göstermektedir.

- Öğrenciler matematik kavramlarının BCS desteği sayesinde görselleştirilmesinin konuyu kavramalarına yardımcı olduğuna inanmaktadırlar.
- Grup çalışmasını arzu edilen şekilde yerine getiren öğrenciler bu çalışmaların yararına dikkat çekmiş ve özellikle kavramın sınıfta ele alınmasından önce yaptıkları çalışmaların kavramı daha iyi anlamalarına yardımcı olduğunu belirtmişlerdir.

Bilgisayar cebiri sistemlerinin matematik eğitiminde kullanımının yapılandırmacı bir ortam içinde olması gerektiğine dair literatür önerilerini ve bu araştırmaya katılan öğrencilerin BCS ve yapılandırmacılık ile ilgili görüşlerini birlikte değerlendirdiğimizde matematik öğretiminde BCS kullanımının önemle ele alınması gereken bir enstrüman olması gerektiği tekrar karşımıza çıkmaktadır. Stephens ve Konvalina da yürüttükleri araştırmada matematik öğretiminde BCS kullanımının istatistiksel anlamlılıkta sonuçlar vermese de memnuniyet verici bir etki oluşturduğunu rapor etmişlerdir (1999).

4.2 ÖNERİLER

Bu araştırmanın uygulama sürecinin sonunda uygulanan testlere ait ortalamalar tek başına değerlendirildiğinde iki grup arasında anlamlı bir fark çıkmaması limit kavramının öğretiminde BCS desteğinin yanında farklı faktörlerinde ele alınması gerektiğini göstermektedir.

Araştırmadaki her iki grubun da yapılandırmacı bir öğretim ortamının içinde bulunmasının yanında limit öğretimi süresince kullanılan matematiksel terminoloji, öğrencilerin geçmiş tecrübelerine bağlı limit kavramı görünümü ve formal tanımdan önce öğrencilerin informal tanımı yapılandırmalarına yardımcı olma gibi faktörler daha dikkatli bir şekilde ele alınmalıdır. Bu amaçla daha önce yapılmış bazı araştırmaların bulgularından yararlanılabilir (Tall ve Vinner, 1981; Monaghan, 1991; Davis ve Vinner, 1986)

Öğretim boyunca BCS desteğinden yararlanmanın kavramsal anlama üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olduğu da unutulmamalıdır. Bu bağlamda limit kavramının yanında diğer temel genel matematik kavramlarının yapılandırılmasında bilgisayar cebiri sistemlerinin önemli bir rol oynaması sağlanmalıdır.

Cinsiyet faktörünün incelenmesi neticesinde yine kavramsal anlama düzeyinde erkek öğrenciler lehine anlamlı bir fark çıkması da göstermektedir ki erkek öğrencilerin genel anlamda bilgisayara yönelik tutumları öğretim amaçlı BCS kullanımında da etkili olmaktadır.

Bilgisayar cebiri sistemlerinden kız öğrencilerin de azami ölçüde faydalanabilmesi için gerekli düzenlemeler yapılabilir.

Bu bağlamda öğretim ortamının tasarımında bilgisayar kullanımında karşılaşılan zorlukları en aza indirmek için gerekli tedbirler alınabilir. Bu tedbirlerin bazıları aşağıdaki gibi sıralanabilir;

- Öğretim amaçlı kullanılacak program olarak anlaşılması ve kullanımı güç bir program seçilmemelidir.
- Programın kullanımı öğrenilmeye çalışılan kavramın önüne geçmemelidir.
- Program ile ilgili temel bilgiler öğrencilerin kolayca ulaşabileceği bir klavuz şeklinde hazırlanması uygun olabilir.
- Öğrencilerin bilgisayar karşısında bazı ekstra fiziksel zorluklarla karşılaşması engellenmelidir.
- Her grupta bilgisayar kullanma becerisi yüksek olan en az bir öğrenci olacak şekilde gruplar teşkil edilebilir.

Maple programının, uygun ön hazırlıklar yapılmak şartı ile matematik öğretimi için kullanılabilecek uygun bir program olduğu düşünülmektedir.

Öğrencilerin genel olarak uygulama hakkındaki olumlu görüşleri dikkate alındığında denilebilir ki; "Öğrenciler matematiği keşfetmeye dayalı etkinlikler çerçevesinde öğrenmekten haz duymaktadır. Bu da başarılarını ve matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilemektedir." Lisans seviyesindeki diğer matematik dersleri de buna dikkat ederek tasarlanabilir.

Öğrencilerin problem çözme tarzındaki yaklaşımlarda başarılarının düşük olması, ancak bu tarz sorular ile muhatap olmaktan şikâyetçi olmamaları, aksine memnun olmaları da bu araştırmanın ortaya koyduğu önemli sonuçlardan biridir.

Öğrenciler, kendilerini zorlayıcı ve muhakeme yeteneği gerektiren öğretim ve ölçme sisteminde zorlanmalarına en büyük sebep olarak "Alışamama" larını göstermektedir.

Öğretim sistemimimizin ilk basamaklarından itibaren, öğrencilerimiz matematiği;

- Keşfetme etkinlikleri içinde araştırarak,
- Öğrendikleri yeni kavramların eski bilgileri ile ilişkilerini organize ederek,
- Küçük gruplar halinde tartışma ortamı oluşturarak,
- Öğretmen tarafından uygun görülen aşama ve şekillerde bilgisayardan yararlanarak,

Öğrenmelidir. Bu sayede lisans düzeyinde uygulanacak olan daha ileri düzey matematik ve bilgisayar etkinliklerinde öğrencilerimizin daha başarılı olmalarının önü açılabilir.

Ayrıca, her ne kadar yapılandırmacı bir öğretim ortamı öğrencileri zorlasa da öğrencilerin alışmasını sağlayarak başarıyı elde edebilmek için takip eden derslerde de bu öğretim ortamının korunmasında ısrarcı olunmalıdır.

Bu araştırmanın uzantılarından biri olarak araştırma grubunun daha ileri kavramlardaki başarıları takip edilecek ve bu araştırmanın ileriye dönük etkisinin neler olduğu rapor edilecektir.

Benzer çalışmalar da önemli ve eğitim geleceğimizi yönlendirici sonuçlar elde edebilmek için daha uzun süreli olarak planlanabilir.

Araştırmada, limit kavramının öğretimini yapılandırmacı bir ortamda gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Ölçme değerlendirme uygulamalarında seçilen soru maddeleri, öğrencilerin kavramsal anlama, kavramlar arası ilişkiler kurma ve kavramları gerçek hayatta kullanma yeteneklerini ölçecek şekilde seçilmiştir. Sürece dayalı bir ölçme değerlendirme uygulaması yapılmamıç olması bu çalışmanın bir eksikliği olarak görülebilir. Benzer araştırmalarda öğrenciler, kısa projeler hazırlama gibi sürece dayalı ölçme araçları ile de değerlendirilebilir.

Eğitim öğretim amaçlı bilgisayar kullanımları ülkemizde ve dünyada ayrı bir handikaptır. Eğitim amaçlı bilgisayar kullanımları çoğu zaman klasik ders anlatımlarının bilgisayar ekranında sunulmasından öteye gidememektedir.

Maple benzeri bilgisayar cebiri sistemlerinin kullanımı öğrencilerin kavramsal anlamasını destekleyecek iyi bir alternatif olarak görülebilir. Ancak, bu programların kullanılmasında karşımıza çıkan bazı zorluklar asıl öğretilmek istenen kavramın önüne geçebilmektedir. Bunu en azından lisans düzeyindeki matematik derslerinde engellemek aşağıdaki yollarla mümkün olabilir;

- Matematik bölümü öğrencileri erken sınıflardan itibaren bir bilgisayar cebiri sistemi yazılımı ile tanıştırılabilir.
- Öğrencilere bu programları diğer dersleri de daha iyi anlamak için nasıl kullanabileceklerine dair örnekler sunulabilir.
- Her dersin sorumlu öğretim elemanına bu konuda seminerler verilebilir.

Son olarak, araştırma boyunca yaşanan tecrübelerden yola çıkılarak dolaylı bir öneri de şu şekilde tasarlanabilir;

Bilgisayar cebiri sistemleri yazılımı sayesinde, öğretim elemanları genel matematik kavramlarının bilgisayar desteği olmayan yapılandırmacı bir ortamda bile nasıl sunulması gerektiğine dair ön hazırlık yapabilirler.

Bu sayede gerekli teknolojik donanımı olmayan ortamlarda dahi en azından öğretim elemanın bilgisayar cebiri sistemini etkin bir şekilde kullanmasını sağlamak önemli bir yaklaşım olarak değerlendirilmelidir.

KAYNAKÇA

1. Akkoyunlu, A., Güler, M., Uğurel, I., Alan, E., (2003), *Orta Öğretimde Limit Kavramının Oluşturulmasına Yönelik Bir Çalışma*, http://www.matder.org.tr/bilim/oolkoybc.asp?ID=40 adresinden 01.03.2006 tarihinde alınmıştır.
2. Aspestberger, K. (1998), Teaching Integrals with TI-92: A Chance of Making a Complex Mathematical Concept Elemantery, **International Conference on Teaching of Mathematics**, 3-6 July, 1998, pp.29-31, Samos, Geeece.
3. Aşkar, P. (2004), Eğitimin Yeniden Kavramsallaştırılması ve Matematik Öğrenimine Yansımaları, http://www.matder.org.tr/bilim/paeyk.asp?ID=67 adresinden 10.12.2004 de alınmıştır.
4. Ausubel, D. (1968), **Educational Psychology: A Cognitive view**, New York.
5. Aztekin, S., (2003) Repertuar çizelge tekniği ve limit konusuna uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi.
6. Ball, G., Smith, G., Wood, L., Coupland, M., Stephenson, B., and Crawford, K.(1998), Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., 29, 827 - 841.
7. Best, J. ve Kahn. J., (1989). **Research In Education**, (Sixth Edition), Needham Heigts, Massachusetts.
8. Beyer, S., Rynes, K., Perrault, J., Hay K. ve Haller, S., (2003), Gender Differences in Computer Science Students, **SIGCSE'03**, February 19-23, Reno, Nevada, USA.
9. Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., and Krathwohl, D. R. (1956), **Taxonomy of Educational Objectives: Cognitive Domain**, New York: McKay.
10. Brown, R.: (2001) *Computer Algebra System and the Challenge of Assessment,* The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education; 8, 4; Academic Research Library s.295.
11. Borg, W. (1987). **Applying Educational Research, A Practical Guide For Teachers**. Second Edition, Logman Inc., New York & London.
12. Busch, T., (1995), Gender Differences in Self-efficacy and Attitudes Toward Computers, **Journal of Educational Computer Research**, vol.12, 147-148

13. Büyüköztürk, Ş. (2003) **Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı**, Pegema Yayıncılık, Ankara, s.127.
14. Büyüköztürk, Ş. (2001) **Deneysel Desenler**, Pegema yayınları, Ankara.
15. Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique, **Recherches en Didactique des Mathématiques** 12(1):77–111.
16. Cornu, B.: (1981) Quelques obstcles a l'apprentissage de la Notion de limite, **Recherches en Didactique des Mathematiques** 4, pp. 236–268.
17. Cnop, I., (1997), Implementing Abstract Mathematical Concepts Using Computer Algebra Packages, **International Conference on Technology in Mathematics Teaching**, ICTMT-3.
18. Cnop, I. (2001), New Insight in Mathematics by Live CAS Documents, **Annual Conference on Applications of Computer Algebra,** 12th. Albuquerque, NM, May 31 – June 3.
19. National Council of Teachers of Mathematics (1987), **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.** (Draft), The Association, Reston, VA. 1987.
20. Cüceloğlu, D. (2000) **İnsan Ve Davranış**, Remzi Yayınevi, Ankara
21. Çoker, D., Karaçay, T., (1983), **Matematik Terimleri Sözlüğü**, TDK, Ankara.
22. Çolak, H., (2002) Limit Öğretiminde İki Farklı Öğretim Durumunun Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi.
23. Davenport, J.H., Siret, Y., Tournier, E., (1993), **Computer Algebra, Systems and Algorithms for Algebraic Computation**, Academic pres**.**
24. Davis, Robert B., & Vinner, Shlomo (1986). The Notion of limit: Some seemingly unavoidable misconception stages, **Journal of Mathematical Behavior**, *5*, 281–303.
25. Dubinsky, E., Cottrill, J., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., Vidakovic, D., (1996), Understanding The Limit Concept: Beginning with a Coordinated Process Schema, **Journal of Mathematical Behaviour**.
26. Dubinsky, E., Schwingendorf, K., (2004), Calculus, Concepts, Computers and Cooperative Learning (C4L), **The Purdue Calculus Reform Project**.

27. Embse, V.C., (2001), Dynamic Visualizations of Calculus Ideas, **The Mathematics Teacher**, Vol.4, Iss.7, pg.602.
28. Galbraith, P. L., and Haines, C. R., (1995), **Bull. Inst. Math. Applications**, 31, 175 - 179.
29. Galbraith, P. L., and Haines, C. R., (1997), **in Teaching and Learning Mathematical Modeling**, edited by Houston, S. K., Blum,W., Huntley, I., and Neil, N. T. (Albion Publishing), pp. 77–92.
30. Galindo, E., (1995), Visualization and Students' Performance in Technology based Calculus, **17th PME-NA**, Columbus, OH, October 21-24.
31. Gande, W. ve Gruntz, D. (1999), Derivation of Numerical Methods Using Computer Algebra, **SIAM REVIEW ©**, Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 41, No. 3, pp. 577–593.
32. Gürol, A. & Tezci, E. (2002). Oluşturmacı Öğretim Tasarımında Teknolojinin Rolü. http://www.ef.sakarya.edu.tr/sayfa/bildiri/sayi_3/33.doc adresinden alınmıştır.
33. Hacısalihoğlu, H; Mirasyedioğlu, Ş; Akpınar, A. (2003), **İlköğretim matematik öğretimi**, Ankara.
34. Hannah, J. (1998), Student Use of Graphic Calculator: Tool or Crutch ?, **International Conference on Teaching of Mathematics**, 3-6 July, 1998, Samos, Geeece.
35. Harris, G. A. (2000), The use of a computer algebra system in capstone mathematics courses for undergraduate mathematics majors, **The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education**, 7, 1; ProQuest Education Complete, pg. 33.
36. Heid, M. K. (2002), Computer algebra systems in secondary mathematics classes: The time to act is now!, **The Mathematics Teacher**, Reston: Vol. 95, Iss. 9; pg. 662.
37. Henriques, L. (1997), Constructivist Teaching and Learning, Unpublished Ph.D Dissertation, University of Iowa, USA.
38. Herwaarden, O. ve Gielen, J. L. W. (2002), Linking Computer Algebra Systems and Paper and pencil Techniques to support the Teaching of mathematics, **The**

International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, 9, 2; Academic Research Library, pg. 13.

39. Hiebert, J. (1992). Reflection and communication: Cognitive considerations in school mathematics reform, **International Journal of Educational Research**, 17(), 439–456.
40. Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). **Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis**. In J. Hiebert (Ed.), **Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics** (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
41. Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic classrooms. **American Educational Research Journal**, 30(2), 393–425.
42. HOFE, R. vom (1998b): Probleme mit dem Grenzwert - Genetische Begriffsbildung und geistige Hindernisse - Eine Fallstudie aus dem computergestützten Analysisunterricht. In: **Journal für Mathematik-Didaktik**, to appear 1998, 35 p.
43. Hyang Sook Kim ve Young-Mi Kim, (2005), Models of Instruction Technology for Mathematics, **Key Engineering Materials** Vols. 277-279, pp 219-225.
44. Kagan, J. ve Cyntia, L.(1978) **Psychology and Education,** Harcourt Brace Javanovich, Inc., New York.
45. Kahng, B., (2005-2006), Computer Assisted Calculus Education Project, Division of Science and Mathematics, University of Minnesota, Morris, MN 56267.
46. Kasten, M. Ve diğerleri (1988), The Role of Calculus in College Mathematics, ERIC/SMEAC Mathematics Education Digest No. 1.
47. Kendal, M. (2001), Teaching And Learning Introductry Differential Calculus With A Computer Algebra System, Doktora tezi, Department of Science and Mathematics Education, The University of Melbourne.
48. Klein, R. and Kertay, P. (2002), An introduction to simple linear equations: CAS with the TI-89, **The Mathematics Teacher**. Reston: Vol. 95, Iss. 8; pg. 646.
49. Kleiner, I., (2001), History Of The Infinitely Small And Infinitely Large In Calculus, **Educational Studies in Mathematics** 48: 137-174, 2001.

50. Kokol-Voljc, V. (2000), Examination questions when Using CAS for School Mathematics Teaching, **The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education**, 7(1), 63–75.
51. Kokol-Voljc, V., (2003) Integrating CAS into Assessment, University of Maribor, Faculty of Education, Koroska c. 160, SLO-2000 Maribor, Slovenia.
52. Kramarski Chaya Hirsch, B. (2003), Effects of Computer Algebra System (CAS) with Metacognitive Training on Mathematical Reasoning**, Educational Media International**, ISSN 0952-3987 print/ISSN 1469-5790 online © International Council for Educational Media.
53. Kutzler, B. (1994). The future of teaching mathematics, **International Derive Journal** 1(1):37–48.
54. Lauten, A. Darien, Graham, Karen, & Ferrini-Mundy, Joan (1994). Student understanding of basic calculus concepts: Interaction with the graphics calculator. **Journal of Mathematical Behavior***, 13*, 225–237.
55. Lebow, D. (1993), Conctructivist values of system design: Five principles toward a new mindset, **Educational Technology Research and Development**, 41, p4-16.
56. Leinbach C., Pountney, D.C. and Etchells, T., (2002), Appropriate Use of a CAS in the Teaching and Learning of Mathematics, **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Vol.33, No.1, pp.1-14.
57. Lorsbach, A. & Tobin, K. (1991) Constructivism as a Referent for Science Teaching, National Association for Research in Science Teaching.
58. Leinbach, C., Pountney D. C. ve Etchells, T. (2002), Appropriate use of a CAS in the teaching and learning of mathematics, **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, vol. 33, no. 1, 1 – 14.
59. Leinach, C. (2005), Using Computer Algebra to Extract Meaning from Parameters**,** http://www.acdca.ac.at/kongress/goesing/g_leinba.pdf
60. Mahoney, J. F. (2002), Computer algebra systems in our schools: Some axioms and some examples, **The Mathematics Teacher**. Reston: Vol. 95, Iss. 8; pg. 598.
61. Malabar, I. ve Pountney D. (2000) How do Traditional Examination Questions Fare in The Presence of a Computer Algebra System (CAS)? , **The International**

Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, ProQuest Education Complete pg 241.

62. McCrae, B., Asp, G. and Kendal, M., (1999), Teaching Calculus vith CAS, **Proceedings of ICTMT4 Plymouth**, 9-13 August.
63. Mirasyedioğlu, Ş. (komisyon başkanı) (2005), **Orta Öğretim Matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Dersi Öğretim Programı**, T.C. MEB. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
64. Monaghan, John (1991). Problems with the language of limits, ***For the Learning of Mathematics***, 11, 3, 20–24.
65. Monaghan, J., Shyshiow, S. and Tall, D., (1994) Construction of the Limit Concept with a Computer Algebra System, **Proceedings of PME 18**, 1, pg.279-286.
66. Murphy, D. L., (2002), Computer Algebra Systems in Calculus Reform.
67. New South Wales Department of Education and Australian Council for Educational Research, (1972).
68. Piaget, J. (1977), **The Development of thought: Equilibrium of cognitive structures**, Newyork, Viking Press.
69. Pierce, R.U. ve Stacey, K. C. (2002), Algebraic insight: The algebra needed to use computer algebra systems, **The Mathematics Teacher**. Reston: Vol. 95, Iss. 8; pg. 622.
70. Pierce, R. U. (2001), An Exploration Of Algebraic Insight And Effective Use Of Computer Algebra Systems, Doktora tezi, Department of Science and Mathematics Education, The University of Melbourne.
71. Przenioslo, M., (2004), Images Of The Limit Of Function Formed In the Course of Mathematical Studies At The University, **Educational Studies in Mathematics**, 55: 103-132.
72. Polya, G. (1957) **How To Solve It**. Second edition. Doubleday Anchor Books and Company, Inc.
73. Rowel, G.H., Perhac, D.G., Hankins, J.A., Parker, B. J., Pettey, J.J. ve Iriarte-Gross, J.M., (2003), Computer-Related Gender Differences, **SIGCSE'03**, Şubat 19-23, 2003, Reno, Nevada, USA.

74. Ruthven, K. ve diğerleri, (1996), **The Long-term Influence of a Calculator-aware Number Curriculum on Pupils'Mathematical Attainments and Attitudes in the Primary Phase**, University of Cambridge School of Education, Cambridge.
75. Saban, A. (2000). **Öğrenme Öğretme Sürecinde Yeni Teori ve Yaklaşımlar**, Nobel Yayınları, Ankara. s.123–131.
76. Savery, J.R. & Duffy, T.M. (1995), Problem Based Learning: An Instructional Model and its Constructivist Framework, **Educational Technology**, Sebtember-October, 31-38.
77. Scherman, G., (1998) From Behaviorist to Constructivist Teaching, **Social Education**, National Council for the social Studies, 62(1), p6-9.
78. Smith, G., Wood, L., Coupland, M., Stephenson, B., Crawford, K., and Ball, G.,(1996), **International Journal of Mathematics Education in Science and Technology**., 27, 65 – 77.
79. Stephens, L. ve Konvalina, J. (1999), The use of computer algebra software in teaching intermediate and college algebra, **International Journal of Mathematical Education in Sicence and Technology**, vol. 30, no. 4, 483 – 488.
80. Sugeng, K. A., (2003), **Maple and Abstraction Process**, Dept. Of Mathematics-University of Indonesia, Depok 16424.
81. Tall, David, & Vinner, Shlomo (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity, **Educational Studies in Mathematics**, *12*, 151–169.
82. Van De Wella, J. E. (1989), **Elemantry School Mathematics**, Commonwealth University. Virginia.
83. Vlachos, P. ve Kehagias, A., (2000), A Computer Algebra System and a New Approach for Teaching Business Calculus, **The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education**, Vol. 7, No.2.
84. Williams, Steven R. (1991). Models of limit held by college calculus students, **Journal for Research in Mathematics Education,** *22*, 219–236.
85. Yapılandırmacılık. (2002). http://www.mdk12.org/practices/goodinstruction web adresinden alınmıştır.
86. Yıldırım, C. (1999), **Matematiksel Düşünme**, Remzi Kitabevi, İstanbul

87. Yıldırım, C. (1999), **Bilim Tarihi**, Remzi Kitabevi, İstanbul

88. Yıldırım, C. (1999), **Bilim Felsefesi**, Remzi Kitabevi, İstanbul.

EK 1. UYGULAMADA TASARLANAN ÖĞRETİM ORTAMININ TASLAĞI

LİMİT KAVRAMININ YAPILANDIRILMASI

Limit kavramı, türev ve integral gibi temel "genel matematik" kavramlarını yapılandırırken en önemli rolü oynamaktadır. Genel matematik derslerinin uluslarası platformda "Calculus" adıyla anılması ve bu kelimenin anlamının da sonsuz küçükler hesabının (Calculus of infinitesimals) kısa söylenişi olması, bağımsız değişkenin belirli bir noktaya sonsuz küçük yakınsamalar yapması halinde görüntüsünün davranışını inceleme olarak kısaca açıklanabilen limit kavramının önemini ortaya sermektedir.

Limit kavramı hakkında öğrencilerin informal ve formal görüşlerinin sağlıklı bir şekilde yapılandırılması amacı ile uygulanan öğretim tasarımı aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Bu çalışmada, her ikisi de yapılandırmacı öğrenme kuramı ilkeleri çerçevesinde öğrenim gören ancak birisi etkinliklerin bazılarında Maple programı yardımı ile üretilen çalışma sayfaları ve mapletlerden yararlanan iki grubun kıyaslaması araştırılmıştır.

Öğretim tasarımı sunulurken de iki grubun farklılıkları uygun yerlerde tanımlanacaktır.

Her iki grupta kendi içlerinde 2 veya 3'er kişilik çalışma gruplarına ayrılmış ve etkinlikleri uygularken grup halinde çalışmaya teşvik edilmiştir.

Limit Kavramı ile Tanışıyoruz:

Öğrencilerin limit kavramına ihtiyaç duyacakları ve merak uyandıracak bir problem ile konuya giriş yapılmıştır;

Problem: Bir taş 150 metre yükseklikten serbest düşmeye bırakılıyor.
(a) Düşüşün ilk 2 saniyesindeki, (b) ilk ve ikinci saniyeler arasındaki 1 saniyelik zaman dilimindeki <u>ortalama hızı</u> bulunuz. (c) 1. ve 2. saniyelerdeki taşın <u>hızını</u> hesaplayınız.

(Not: Fizik deneyleri, durgun durumdan serbest düşmeye bırakılan katı bir cismin ilk t saniyede $y = 5t^2$ metre düşeceğini göstermektedir.)

Bu problemde, öğrencilerin ortalama hız bulmak için kullanılan bağıntıdan yararlanarak belirli bir andaki hıza nasıl ulaşılabileceği üzerinde çalışmaları hedeflenmektedir.

Problem üzerinde öğrencilerin çalışması için çeşitli yardımcı yönlendirmelerin yer aldığı bir çalışma sayfası hazırlanmıştır **[çalışma sayfası–1]**.

Problemin (a) ve (b) şıkları her iki gruptaki öğrencilerin de önceki bilgileri ile çözebilecekleri tarzdadır.

Bu çözüm;

(a) Taş ilk iki saniyede $5.2^2 = 20$ metre düşmüştür. Ortalama hız da toplam yolun toplam zamana oranlanması ile bulunduğuna göre $V_{ort} = 20/2 = 10$ mt/s olarak elde edilir.

(b) Taş ilk iki saniyede 20 metre düşmüştü. Bu 20 metrenin $5.1^2 = 5$ metresi ilk saniyeye kadar kat edildiğine göre birinci ve ikinci saniyeler arası $20 – 5 = 15$ metre kat edilmiştir. Yine toplam yolun toplam zamana oranlanması ile $V_{ort} = 15/1 = 15$ mt/s olarak elde edilir.

Şeklinde yazılabilir.

Problemin (c) şıkkı öğrencilerin limit kavramı ile tanıştırılmasının amaçlandığı kısımdır. Bu kısımda her iki grup da yeteri kadar (15 – 20 dakika) kendi aralarında tartıştıktan sonra şu yönlendirmeler ile yardımcı olunmuştur;

1. $t_1 > t_o$ olmak üzere, t_o. saniyeden t_1. saniyeye kadar geçen zaman içerisindeki ortalama hızı veren bir fonksiyon yazınız. (a) ve (b) şıkları için uyguladığınız çözümü fonksiyon haline getiriniz.
2. Bu fonksiyonun bağımlı değişkeni ve bağımsız değişkeni hakkında neler söylersiniz?

Tartışarak öğrencilerin yönlendirildiği cevap:

Zaman aralığının bağlangıcı t_0 ve t_1 bağımsız değişken, bu zaman aralığındaki ortalama hız ise bağımlı değişkendir. t_0 ya da t_1 sabit tutularak tek değişkenli bir fonksiyon elde edilebilir.

Fonksiyon ise şöyle yazılabilir; $V_{ort} = \dfrac{5t_1^2 - 5t_0^2}{t_1 - t_0}$ ………………………………(I)

3. Bulduğunuz fonksiyon doğru ise t_o= 1 değerini sabit tutup sadece t_1=*x*'e bağlı 1. saniyeden *x*. saniyeye kadar geçen zaman içerisindeki ortalama hızı veren fonksiyon elde ediniz.
4. Bulduğunuz fonksiyonu kullanarak aşağıdaki tablo'yu doldurunuz.

Zaman aralığı başlangıcı	Zaman aralığı bitişi (*x*)	Zaman alığı içindeki ortalama hız
1	2	
1	1,5	
1	1,25	
1	1,125	
1	1,01	
1	1,001	

5. Yukarıdaki tabloyu oluşturmak sorunun çözümüne nasıl yardımcı olacaktır?

Tartışarak öğrencilerin yönlendirildiği cevap:

Öğrenciler yukarıdaki tabloyu doldurduğunda, birinci saniye ile *x*. saniye arasındaki ortalama hızın gitgide bir sayıya yakınsadığını fark edeceklerdir. Ayrıca birinci saniye ile *x*. saniye arasındaki zaman farkının azalması durumnda elde edilen ortalama hızın 1. saniyedeki anlık hız olarak tanımlanıp tanımlanamayacağı hakkında öğrencilerin düşünmeleri istenebilir.

"*BCS desteğinden istifade eden grup bu tabloyu doldururken maple programından yararlanarak hız ve zaman kazanmanın yanında isteğe bağlı olarak x değerini rahatlıkla farklı değerler de seçebilir ve tabloyu uzatabilirler!*"

Ayrıca, bu çalışmadan sonra öğrencilerden aşağıdaki tabloyu da doldurmaları istenebilir; (aşağıdaki tabloda zaman başlangıcı değişken tutulup bitiş sabit alınmıştır.)

Zaman aralığı başlangıcı (x)	Zaman aralığı bitişi	Zaman alığı içindeki ortalama hız
0	1	
0,2	1	
0,4	1	
0,6	1	
0,8	1	
0,9	1	

İki tablodan elde edilen değerler zaten öğrencilere bir öngörü kazandıracaktır. Ancak (I) numaralı fonksiyonda değişkenler birini amacımıza uygun sabit tutarak elde edeceğimiz fonksiyonun grafiğini çizmeleri ve bu grafik üzerinde bağımsız değişkenin ilgili değişkene yaklaşması durumunda bağımlı değişkenin davranışını incelemeleri istenir.

"*Bu aşamada da BCS desteğinden istifade eden grup maple programından yararlanacaktır.*" (**maplet ve maple arayüzü**)

Bu aşamadan sonra aşağıdaki tartışmanın yapılması öğrencilerin zihninde limit kavramının informal olarak yapılandırılmasına yardımcı olabilir;

Soru: x. saniye ile 1. saniye (ya da 1. saniye ile x. saniye) arasındaki ortalama hız değerinin, x bağımsız değişkeninin 1'e yakın değerler alması durumundaki davranışı size ne ifade ediyor?

Öğrencilerden gelen (gelebilecek) Cevap: x değeri 1'e yaklaştıkça ortalama hızı 10'a yaklaşıyor ve 10'u hiç geçemeyecektir. x değeri 1'e yakın oldukça x ile 1 arasındaki ortalama hız **neredeyse** 1. saniyedeki anlık hız olacaktır.

Soru: Bu durumda, x değeri 1'e yaklaşırken, x. saniye ile 1. saniye arasındaki ortalama hızın alabileceği değerin sınırı 1. saniyedeki anlık hızı vermektedir diyebilir miyiz?

(**Açıklama:** bu soru ile öğrenciler limitin informal ve dinamik bir görünüm arz eden tanımına yönlendirilmektedir. Limitin dinamik kavram görünümü, litertürde birçok araştırmacı tarafından bir kavram yanılgısı olarak ele alınsa da Dubinsky ve arkadaşları dinamik kavramın yapılandırılmasının limitin formal tanımını kavrama yolunda önemli bir adım olduğu görüşünü savunmaktadır.)

Öğrencilerin sınıf ortamı dışında grup arkadaşları ile uygulayacakları bir etkinlik olarak yine çalışma sayfası formatında aşağıdaki problem verilmiştir;

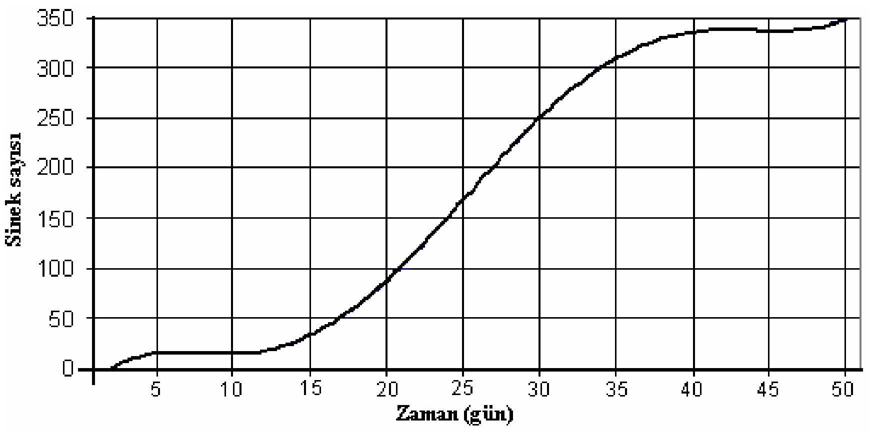
[Çalışma Sayfası–2]

Problem: Deney yapan biyologlar çoğunlukla kontrollü laboratuar ortamında toplulukların büyüme hızını bulmak isterler.

Aşağıdaki şekil, 50 günlük bir deneyde bir meyve sineği topluluğunun nasıl büyüdüğünü göstermektedir. Sinek sayısı belirli aralıklarla sayılmış, bulunan değerler zamana karşı işaretlenmiş ve noktalar düzgün bir eğri ile birleştirilmiştir.

(a) Sinek sayısındaki değişimin 24. günden 50. güne kadar ortalama hızını bulunuz.

(b) Sinek sayısının <u>tam 24. gündeki</u> büyüme hızını bulun.



Bu etkinlikte, öğrencilerin izleyecekleri yol da öncekine benzer niteliktedir. Ancak, öğrenciler grafik okuma ve fonksiyonun ifade ettiği eğrinin anlamını kavrama gibi yeteneklerini de kullanmak durumundadır.

Öğrencileri bir bağlam içinde limit kavramı ile tanıştırma çabası içinde uygulanan yukarıdaki iki etkinlikte de bağımsız değişkenin sonlu bir a sayısına yaklaşması durumu irdelenmiştir. Biraz daha farklı bir uygulama matematik tarihinden seçilmiştir;

Problem: 1 br yarıçapındaki bir çemberin çevresini ve alanını Arşimet'in çalıştığı şekilde bulmaya çalışınız. Elde ettiğiniz sonucu genel olarak *r* yarıçaplı bir çembere nasıl genelleştirebilirsiniz?

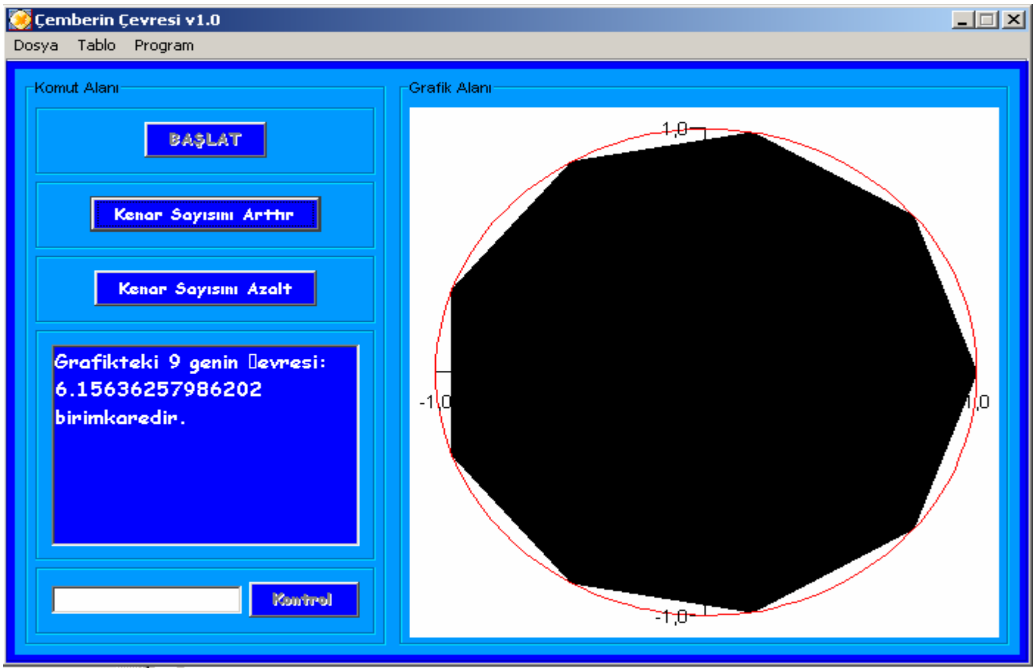
Bu problem, Arşimet'in yaşadığı çağda (M.Ö.287-M.Ö.212) önemli geometri problemlerinden biriydi. O zamanlar matematiğin geometri demek olduğu düşünülürse matematiğin önemli bir problemi idi. Arşimet bu problemi çokgenler aracılığı ile çözmeye çok yaklaşmıştır. "Çok yaklaşmıştır!" diyoruz, çünkü çemberin çevresi ve alanında bugün bildiğimiz irrasyonel π katsayısını şimdiki haline çok yakın olarak keşfetmiştir.

Aşağıdaki yönergeler Arşimet'in çalıştığı gibi çalışmanızı sağlayacaktır. Çalışmanızı sürdürürken π sayısından haberdar olmadığınızı düşünün ☺ !

[Çalışma Sayfası–3]

Bu problemde öğrencilerin bağımsız değişkenin sonsuza gitmesi durumunda bağımlı değişkenin davranışını bir bağlam içinde inceleme fırsatı bulmuşlardır.

Bu çalışma sayfası üzerindeki çalışmalardan sonra, BCS grubu için hazırlanan bir Powerpoint sunumu ve özel hazırlanan bir maplet ile sınıfta inceleme yapılırken. Bu sunumun tahtada çizilmesi yardımı ile de BCS kullanmayan grup ile inceleme yapılmıştır. **[Powerpoint sunumu ile daire çevresi ve alanı mapleti]**



Bu uygulamadan sonra öğrencilerin kafasında informal olarak oluşan tanımlamaları kendi cümleleri ile yazmaları istenmiştir. Bu informal tanım, sınıftaki görüş birliği ile birlikte aşağıdaki gibi toparlanmıştır; **[Çalışma Sayfası–4]**

Tanım: (informal tanım)

x_o bağımsız değişkeni için tanımlı olması gerekmeyen bir $f(x)$ fonksiyonu (zaman aralığı uzunluğunun bağımsız değişken olduğu ortalama hız fonksiyonu, aralık uzunluğunun 0 değeri için tanmsızdır.) x_o civarında tanımlı olsun.

x_o'a yeterince yakın x değerlerinin görüntüsü olan $f(x)$ değerleri bir L değerine yaklaşıyorsa, x x_o'a yaklaşırken $f(x)$ fonksiyonunun **limiti** L'dir denir ve

$$\lim_{x \to x_o} = L$$

Şeklinde gösterilir.

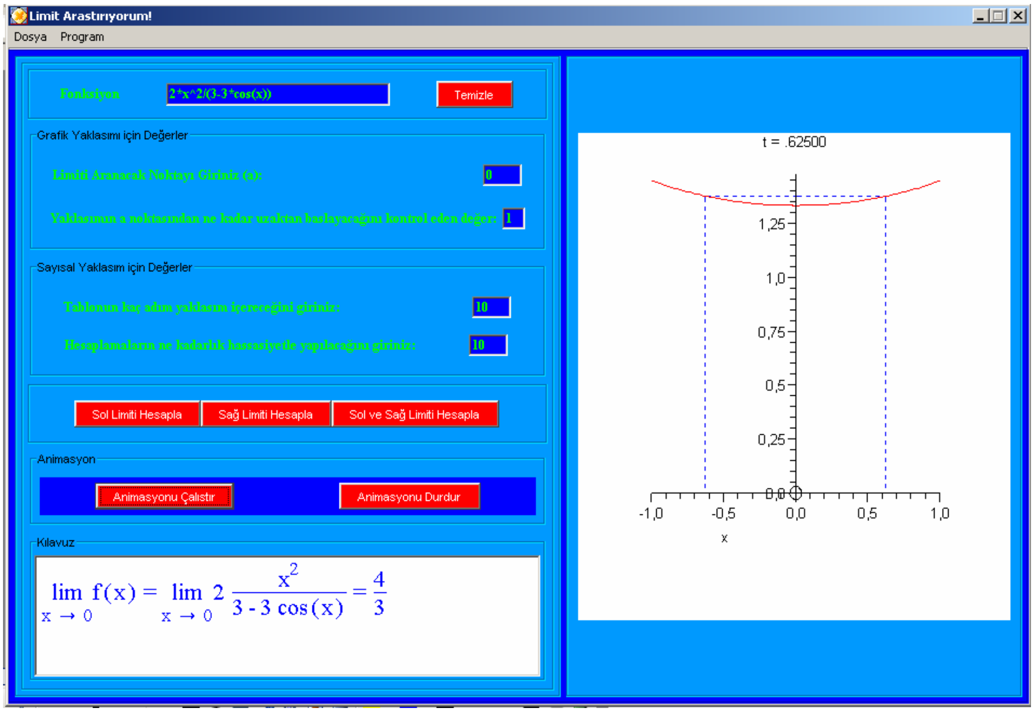
Tabii ki bu tanım şimdiye kadar yaptığımız çalışmalar neticesinde ortaya çıkan bir tanımdır. Bu tanımda kullandığımız "*yeterince yakın*" tabiri açık değildir. Neden?

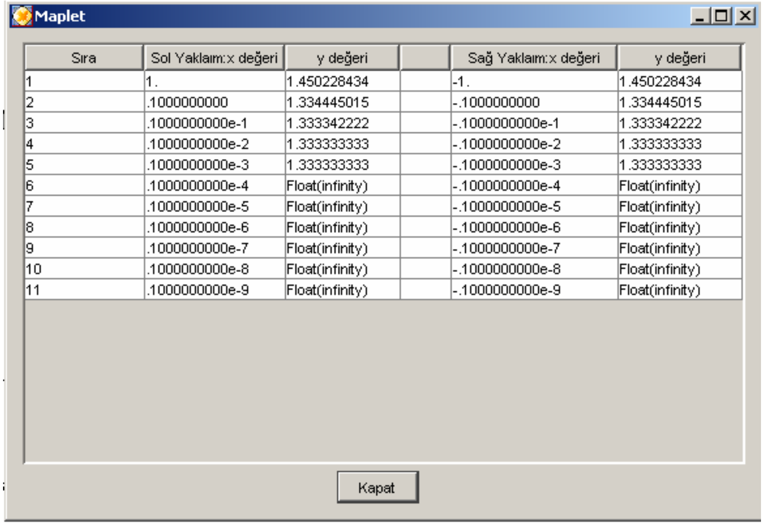
Burada, *"yeterince yakın"* tabirinin kişiden kişiye değişebileceği ve ne kadarlık bir yakınlığın kastedildiğinin açık olmadığı konusunda tartışılarak. Limitin formal tanımı için ön bir zihinsel hazırlık yapılabilir.

İnformal tanım sayesinde fonksiyonların grafikleri ile geometrik bir yaklaşım ve sayısal yaklaşımlar yaparak limit araştırmak üzere öğrenciler farklı örnekler üzerinde çalışmalar yapmışlardır. **[Çalışma Sayfası–5]**

Limitin cebirsel özellikleri verilmeden önce yapılan bu çalışma BCS grubu için daha fazla önem arz etmektedir. Çünkü bu grup;

Üretilen bir maplet sayesinde sadece fonksiyonu ve gerekli diğer girdi bilgilerini girerek hem sayısal hem de geometrik yaklaşımları görsel bir şekilde ve zamandan tasarruf ederek inceleyebilmişlerdir. Aşağıda bu maplete ait pencereler görülebilir.





Sıra	Sol Yaklaım:x değeri	y değeri		Sağ Yaklaım:x değeri	y değeri
1	1.	1.450228434		-1.	1.450228434
2	.1000000000	1.334445015		-.1000000000	1.334445015
3	.1000000000e-1	1.333342222		-.1000000000e-1	1.333342222
4	.1000000000e-2	1.333333333		-.1000000000e-2	1.333333333
5	.1000000000e-3	1.333333333		-.1000000000e-3	1.333333333
6	.1000000000e-4	Float(infinity)		-.1000000000e-4	Float(infinity)
7	.1000000000e-5	Float(infinity)		-.1000000000e-5	Float(infinity)
8	.1000000000e-6	Float(infinity)		-.1000000000e-6	Float(infinity)
9	.1000000000e-7	Float(infinity)		-.1000000000e-7	Float(infinity)
10	.1000000000e-8	Float(infinity)		-.1000000000e-8	Float(infinity)
11	.1000000000e-9	Float(infinity)		-.1000000000e-9	Float(infinity)

BCS kullanmayan grup ise bu çalışma sayfası üzerinde çalışması aşağıdaki gibi olmuştur;

Çalışma sayfasındaki fonksiyonların grafikleri kâğıt kalem ile kolayca çizilemeyecek türde olduğundan bu grup sadece sayısal yaklaşım ile yetinmişlerdir. Sayısal yaklaşım için de hesap makinesi kullanarak limitin informal tanımındaki yaklaşım üzerinde düşünme fırsatı bulmuşlardır.

Her iki grup da cebirsel olarak fonksiyonların limitlerini hesaplamaya dair ders gördükten sonra bu çalışma sayfasındaki limitleri ve dersle ilgili çeşitli materyallerdeki limitleri cebirsel olarak (kâğıt kalem kullanarak) çözmüşlerdir.

Limitin formal tanımı ile tanışıyoruz:

Öğrenciler ile yapılan tartışmalar sonucunda, limitin informal tanımında her ne kadar "yakın olma" tabiri kullanılsa da öğrencilerin zihninde bu tanımın görünümünün "yaklaşma" kelimesi ile tanımlı olduğu fark edilmiştir. Bu durum öğrencilerin limiti "sınır" olarak görmelerine sebep olmuştur. Hâlbuki sınır kelimesi zihinde geçilemeyen seviye görünümü uyandırmaktadır.

Limitin formal tanımı çoğu zaman öğrenciler arasında bir formaliteden öteye gitmemektedir.

Bu öğretim tasarımında ε-δ tanımı olarak da bilinen bu tanımın yapılandırmasına özel bir yer verilmiştir.

Limitin informal tanımında 2 adet yaklaşımdan bahsedilmektedir. Birincisi, bağımsız x değişkenlerinin belirli bir a sayısına yaklaşması. İkincisi ise a sayısına yaklaşan x değişkenlerinin görüntüleri olan y değerlerinin bir L sayısına yaklaşması.

Öğrencilere aşağıdaki soru yönlendirilerek informal tanımın güçsüz ve eksik yanı hissettirilmeye çalışılmıştır;

"İnformal tanımda bahsettiğimiz yaklaşım ne kadarlık bir yaklaşımdır? x bağımsız değişkenleri a sayısına ne kadar yakın seçilmelidir ve bu değişkenlerin görüntüleri L sayısının ne kadar yakınında olursa L sayısını fonksiyonun limiti olarak tanımlayabiliriz?"

Bu sorunun cevabı olarak her öğrenci kendine göre bir cevap verebilir. "Bu cevapların hepsinin aynı anda doğru olması nasıl sağlanır?" sorusu ile öğrencileri bir adım daha ε-δ tanımına yaklaştırabiliriz.

Daha belirleyici olması açısından aşağıdaki algoritmik yönlendirilme tanmlanmış ve bu öğretim tasarımında uygulanmıştır;

- Komşuluk kavramını kullanarak, a sayısına yaklaşan x değişkenlerini ve L sayısına yaklaşan $f(x)$ değerlerini tekrar ifade ediniz.

Beklenen (yönlendirilen) cevap: a sayısına yaklaşan x değişkenleri için, a'nın δ komşuluğu, L sayısına yaklaşan $f(x)$ değerleri için, L'nin ε komşuluğu.

(**Açıklama:** burada kullanılan δ ve ε isimleri öğrenciler tarafından kullanılmayabilir. Önemli olan noktanın komşuluk olduğu vurgulanmış δ ve ε isimlendirmelerinin matematik dili içinde bir teamülden ibaret olduğu anlatılmıştır.)

- Komşuluk kavramını kullanarak yaptığınız bu tanımlamaları kullanarak informal tanımı tekrar yazınız.

Beklenen (yönlendirilen) cevap: a'nın δ komşuluğundaki *x* değişkenlerinin görüntüleri *L*'nin ε komşuluğunda ise *L*'ye *f*(*x*)'in *x* *a*'ya yaklaşırken aldığı limit değeri denir.

- *L*'ye limit değeri diyebilmemiz için ε komşuluğunun uzunluğu ne kadar olmalıdır?

Beklenen cevap: çok küçük, yeterince küçük.

Sınıf ortamında tartışma şeklinde yürütülen bu diyalogdan sonra. Öğrencilerin üzerinde çalışması amacı ile aşağıdaki etkinlik uygulanmıştır. **[Çalışma Sayfası–6]**

Problem: $y = 2x - 1$'in değerinin y_o = 7'nin 2 birim yakınında kalmasını sağlamak için *x* değerlerini x_o= 4'ün ne kadar yakınında tutmalıyız?

Bu problemin çözümünden sonra, verilen y_0 = 7 değerine 2 birimden daha küçük bir yakınlık söz konusu olduğunda da x_o değerini 4'ün yakınında tutmamızı sağlayacak bir yakınlık değerinin bulunup bulunamayacağı irdelenmiştir.

x_0 değerini verilen şartlar altında 4'ün ne kadar yakınında tutacağımızı belirleyen bir formül geliştirmeye çalışılmıştır.

Bazı öğrenciler verilen fonksiyonun *x* değişkeni 4'e yaklaşırken limitinin 7 olduğunu fark etmişlerdir. Ancak şimdilik bunun üzerinde durulmamış ve buna benzer fakat bir bağlam içinde düşünülebilecek aşağıdaki örneğe yer verilmiştir. **[Çalışma Sayfası–7]**

Problem: Tipik bir 1 litrelik ölçüm kabının içi yarıçapı 6 cm olan dik bir silindirdir. Dolayısı ile kabın içine koyduğumuz suyun hacmi kabın dolu olduğu *h* yüksekliğinin bir fonksiyonu olacaktır:

$$V_{su} = \pi\, 6^2\, h = 36\, \pi\, h$$

Bu kabın yemek yapma işlerinde kullanılacağını ve yemek yaparken %1'lik bir hassaslığın yeterli olduğunu düşünerek bu kabın ölçüm çizgilerinin en fazla kaç mm kalınlıkta olması gerektiğini bulunuz.

Öğrencilerin bu iki problemin çözümüne ulaşmasından ziyade üzerinde önemle durulan nokta şudur;

İlk problemde, $\lim_{x\to 4} 2x-1=7$ durumu söz konusudur. $y = 2x - 1$ değerinin 7'nin 2 birim yakınında olmasını sağlamak için x değişkeninin 4'ün ne kadar yakınında tutmamız gerektiği bulunmuştur.

İkinci problem ise bir bağlam içinde oluşturulmuş ve biraz daha açık uçlu bir sorudur. Bu sorunun arka planında "$\lim_{h\to ?} 36\pi h=1000$ (1lt = 1000 cm^3)" durumu irdelenmektedir. Tabii bu sefer h değerinin nereye yaklaştığı da belli değil. $36\pi h$ değerinin 1000'in %1 yakınında olmasını sağlamak için h değerinin hangi aralıkta tutulması gerektiği aranmaktadır.

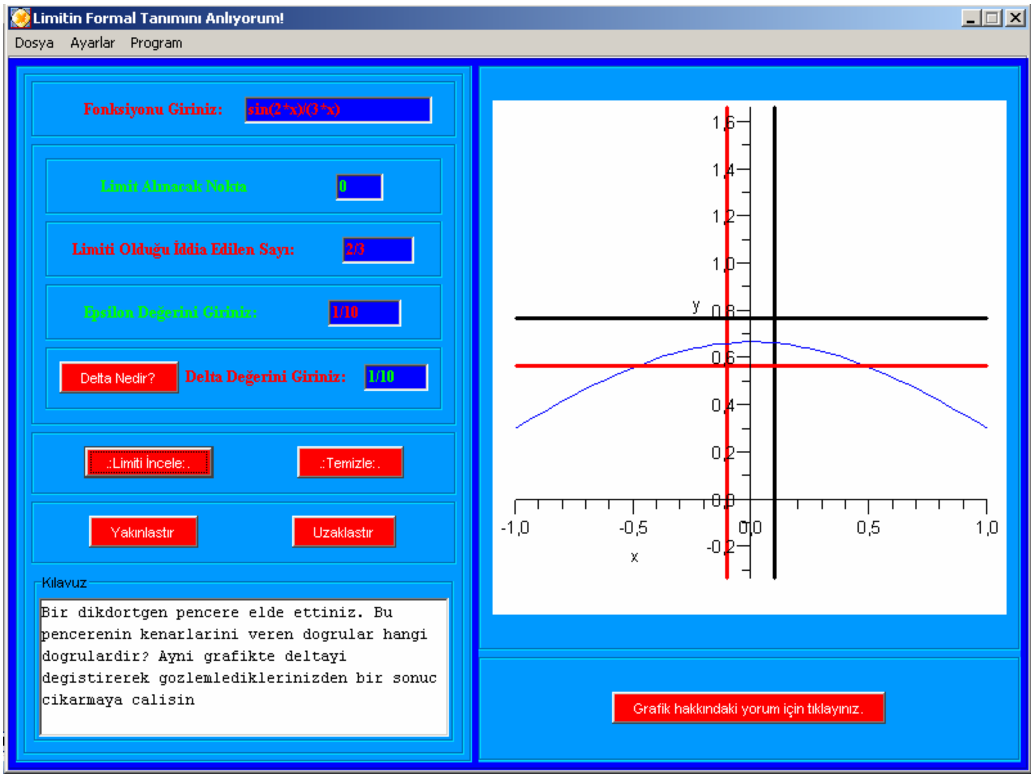
İki problemde de y değerine (bağımlı değişken) **belirli** bir yakınlık için x değişkeninin (bağımsız değişken) durumu kontrol edilmektedir. Bu duruma öğrencilerin dikkati çekilerek;

> "yukarıdaki problemlerin verildikleri bağlama göre bağımlı değişkene farklı yakınlıkların araştırıldığı, bu yakınlık değerleri ile limitten bahsedilemeyeceği ve herkes için (ya da her bağlam için) kabul gören bir yakınlığın kontrol edilmesi gerektiği"

üzerinde durulmuştur.

Öğrenciler bu aşamadan sonra **[çalışma sayfası–8]** ile belirtilen etkinliği uygulamaya yönlendirilmişlerdir.

Maple grubu bu etkinliği uygularken özel olarak araştırmacı tarafındna hazırlanan bir mapletten yararlanmıştır.



Öğrencilerle birlikte varılan ortak sonuç olarak aşağıdaki tanıma ulaşılmıştır.

İlk olarak aşağıdaki tanım informal limit tanımının komşuluk kavramı kullanılarak yenilenmesi şeklinde yazılmıştı;

a'nın δ komşuluğundaki *x* değişkenlerinin görüntüleri *L*'nin ε komşuluğunda ise *L*'ye *f*(*x*)'in *x a*'ya yaklaşırken aldığı limit değeri denir.

Bu tanıma aşağıdaki gibi yenilenerek matematiksel dile daha uygun hale getirilmiştir.;

a'nın δ komşuluğundaki *x* değişkenlerinin görüntüleri *L*'nin **herhangi bir pozitif** ε komşuluğunda ise *L*'ye *f*(*x*)'in *x a*'ya yaklaşırken aldığı limit değeri denir.

Bu tanım da araştırmacı tarafından matematik dilinde tekrar yazılarak öğrencilere sunulmuştur;

$f(x)$, Reel sayıların bir alt kümesinde tanımlı ve x_o noktasında tanımlı olması gerekmeyen bir fonksiyon olsun;

Her pozitif ε reel sayısına karşılık, $|f(x) - L| < \varepsilon$ eşitsizliğini sağlayan x bağımsız değişkenleri için $|x - x_o| < \delta$ olacak şekilde en az bir pozitif δ reel sayısı varsa, x x_o'a yaklaşırken $f(x)$ fonksiyonunun **limiti** L'dir denir ve

$$\lim_{x \to x_o} = L$$

Şeklinde gösterilir.

Cebirsel olarak ε-δ tanımı yardımı ile limit ispatlamak için neler yapılması gerektiğine dair bir çalışma sayfası üzerinde öğrencilerin çalışması sağlanmıştır. **[Çalışma Sayfası–9]**

Bu çalışma sayfasında öğrencilerin çalışmasından sonra Bilgisayar grubuna bir Powerpoint sunumu ile ε-δ tanımının nasıl anlaşılması gerektiği özetlenmiştir.

Bilgisayar kullanmayan gruba aynı sunum tahtada çizmek sureti ile aktarılmıştır.

a'nın δ komşuluğundaki x değişkenlerinin görüntüsü L'nin ε komşuluğu tarafından kapsanacak şekilde verilen her pozitif ε için uygun bir pozitif δ bulunabilirse $\lim_{x \to a} f(x) = L$ dir.

ε-δ tanımının yukarıdaki gibi tasarlanması sayesinde, verilen bir epsilon için deltanın bulunmasına dair aşağıdaki gibi bir akış şeması verebiliriz.

1. $|f(x) - L| < \varepsilon$ eşitsizliğinin çözüm kümelerinden birini bulunuz.

   Bu eşitsizliğin çözüm kümesi, (a,b) gibi bir reel sayı aralığı veya (a,b) açık aralıklarının bileşimi olacaktır. "*Çözüm kümelerinden biri*"nden kastımız, bu açık aralıklardan birisidir.

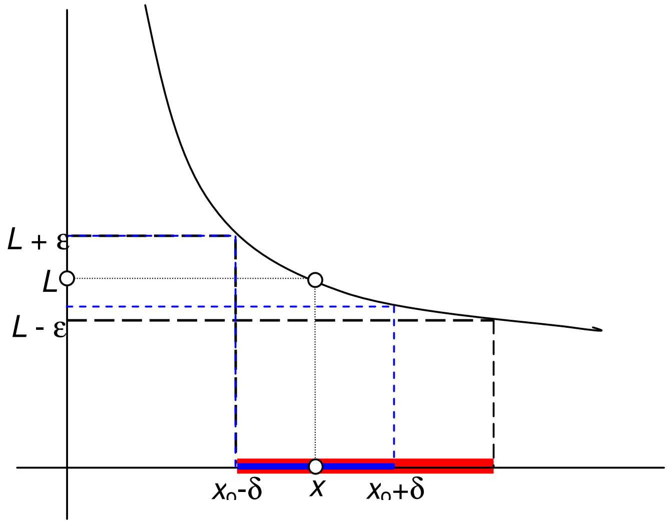
2. x_o noktası (a,b) aralığının bir elemanı mı? Cevabınız "evet" ise 4 numaralı adıma, "hayır" ise 3 numaralı adıma başvurunuz.
3. $|f(x) - L| < \varepsilon$ eşitsizliğinin başka bir çözümü varsa bu çözüm için 2 numaralı adımı tekrarlayın, başka bir çözüm yoksa ve hala 2 numaralı adımda

cevabınız "hayır" ise ya limit yanlıştır ya da verilen ε için uygun bir δ bulunamamaktadır.

4. Bu durumda x_o'ın öyle bir δ komşuluğu vardır ki, bu komşuluk (a,b) aralığı tarafından kapsanır. Yani, (a, b) aralığı içine gömülebilen x_o merkezli aralığın boyu δ'dır. δ, en fazla min{ $|x_0 - a|, |x_0 - b|$ } olacak şekilde seçilebilir.

Not: Tabii ki $|f(x) - L| < \varepsilon$ eşitsizliğinin özel bir ε için çözümü basittir. δ'yı ε'a bağlı olarak bulmak için eşitsizliğin ε'na bağlı sembolik olarak çözülmesi gerekecektir. Bu çözüm esnasında ε'nun pozitif ve 0'a çok yakın bir sayı olduğu göz önüne alınmalıdır.

Aşağıda bu durumun geometrik bir yorumu verilmiştir.



Yukarıdaki şekilde (L-ε, L+ε) aralığı $|f(x) - L| < \varepsilon$ eşitsizliğinin gösterimidir. Bu eşitsizliğin çözüm kümesi ise x-ekseni üzerinde kırmızı ile belirlenen aralıktır. x_o bu kırmızı aralığın içinde ise x_o'ın bir δ komşuluğu bu kırmızı aralık içine gömülebilir. Bu komşuluk şekilde mavi ile gösterilmiştir. Görüldüğü gibi, kırmızı aralık (a,b) olarak isimlendirilirse, δ'nın $|x_0 - a|$ veya $|x_0 - b|$'den küçük olanı olarak belirlenmesi yeterli olacaktır[1].

[1] Farklı yöntemler ile farklı δ'lar bulunabilir, yeter ki burada bulunan δ'dan daha küçük olsun.

Mavi aralığın, yâni x_o'ın bir δ komşuluğunun görüntüsü yine L'nin ε komşuluğu içine düşmek zorundadır. Şekil dikkatli incelenirse ε ne kadar küçültülürse küçültülsün x_o'ın bir δ komşuluğunun bulunabileceği anlaşılabilir.

Örnek: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x}=1$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm: $\forall$ ε > 0 için $|x-1|<\delta$ olacak şekilde $\left|\dfrac{1}{x}-1\right|<\varepsilon$ özelliğini sağlayan en az bir pozitif δ bulalım;

$\left|\dfrac{1}{x}-1\right|<\varepsilon \;\Rightarrow\; -\varepsilon<\dfrac{1}{x}-1<\varepsilon \;\Rightarrow\; -\varepsilon<\dfrac{1-x}{x}<\varepsilon$ Biz, 1'in komşuluğundaki x'ler için çözüm aradığımızdan $x > 0$ dır. Dolayısı ile eşitsizliği x ile genişletebiliriz.

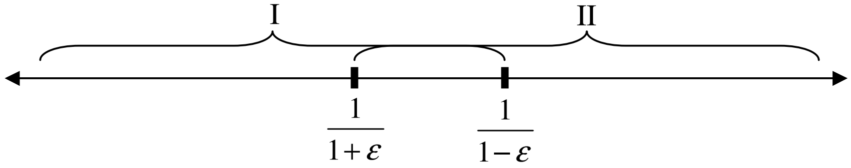
$\underset{\mathrm{I}\qquad \mathrm{II}}{-\varepsilon x<1-x<\varepsilon x}$ I ve II eşitsizliklerini ayrı ayrı çözüp elde ettiğimiz çözüm kümelerinin arakesitini bulalım;

$-\varepsilon x<1-x \;\Rightarrow\; -\varepsilon x+x<1 \;\Rightarrow\; x(1-\varepsilon)<1 \Rightarrow\; x<\dfrac{1}{1-\varepsilon}$ …………(I)

(ε çok küçük bir pozitif sayı olduğundan 1 - ε pozitiftir.)

$1-x<\varepsilon x \;\Rightarrow\; \varepsilon x+x>1 \;\Rightarrow\; x(1+\varepsilon)>1 \Rightarrow\; x>\dfrac{1}{1+\varepsilon}$ ……………(II)

(I) ve (II) numaralı çözüm kümelerinin arakesitini bulalım;



Buradan çözüm kümesinin $\left(\dfrac{1}{1+\varepsilon},\dfrac{1}{1-\varepsilon}\right)$ elde edildiği görülmektedir.

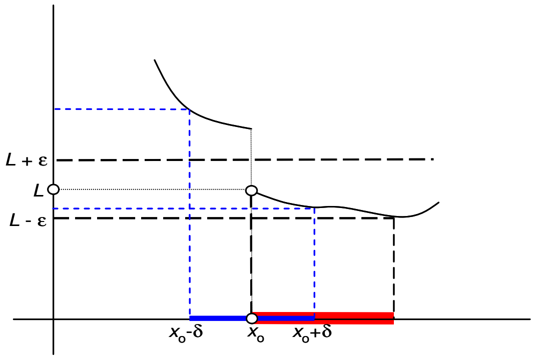
Pozitif ε sayısı için $1-\varepsilon<1<1+\varepsilon \;\Rightarrow\; \dfrac{1}{1+\varepsilon}<1<\dfrac{1}{1-\varepsilon}$ olduğu, yâni $1\in\left(\dfrac{1}{1+\varepsilon},\dfrac{1}{1-\varepsilon}\right)$ olduğu görülmektedir.

Bu durumda $\delta\le\min\left\{\left|1-\dfrac{1}{1+\varepsilon}\right|,\left|1-\dfrac{1}{1-\varepsilon}\right|\right\}=\min\left\{\dfrac{\varepsilon}{1+\varepsilon},\dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right\}=\dfrac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$ olarak elde edilir.

δ değeri $\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$ veya daha küçük bir değer olarak seçilebilir. Kolaylıkla görülebileceği gibi bu değer pozitif her ε için tanımlıdır.

Bu değerin mümkün olan en büyük δ olduğu, farklı yöntemler ile farklı δ'lar da bulunabileceği unutulmamalıdır.

Şimdi de $\lim\limits_{x \to x_o} \neq L$ durumunu inceleyelim. Aşağıdaki şekilde verilen ε için uygun bir pozitif δ sayısı bulunamamaktadır. δ ne kadar küçük alınırsa alınsın x_o'ın δ komşuluğundaki değişkenlerin görüntüleri $f(x)$'in ε komşuluğunun dışına taşmaktadır.



Limitin formal tanımı üzerinde yapılan çalışmalardan sonra. Limitin cebirsel özellikleri kullanılarak çeşitli limit alma işlemleri üzerinde alıştırmalar yapılmış ve bu limit alıştırmalarından elde edilen sonuçların hazırlanan Mapletler ve maple çalışma sayfaları yardımı ile yorumlanması istenmiştir.

EK 2. ÖĞRENCİLERİN KULLANIMI İÇİN HAZIRLANAN ÇALIŞMA SAYFALARI

ÇALIŞMA SAYFASI-1

BİR ZAMAN ARALIĞINDAKİ ORTALAMA HIZ VE BELLİ BİR ANDAKİ HIZ

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

Problem: Bir taş 150 metre yükseklikten serbest düşmeye bırakılıyor. (a) Düşüşün ilk 2 saniyesindeki, (b) ilk ve ikinci saniyeler arasındaki 1 saniyelik zaman dilimindeki ortalama hızı bulunuz. (c) 1. ve 2. saniyelerdeki taşın hızını hesaplayınız.

(Not: Fizik deneyleri durgun durumdan serbest düşmeye bırakılan katı bir cismin ilk t saniyede $y = 5t^2$ metre düşeceğini göstermektedir.)

Yardımcı yönergeler:

1. Hareketli bir cismin ortalama hızını nasıl bulduğunuzu hatırlayın. Buna göre (a) ve (b) şıklarını rahatlıkla net bir şekilde hesaplayabilirsiniz.

Bu problemdeki asıl ilgi çekici problem (c) şıkkındadır. (a) ve (b) şıklarının çözümünü yardımcı olarak kullanacağız.

1. saniyedeki hızı bulmak için;

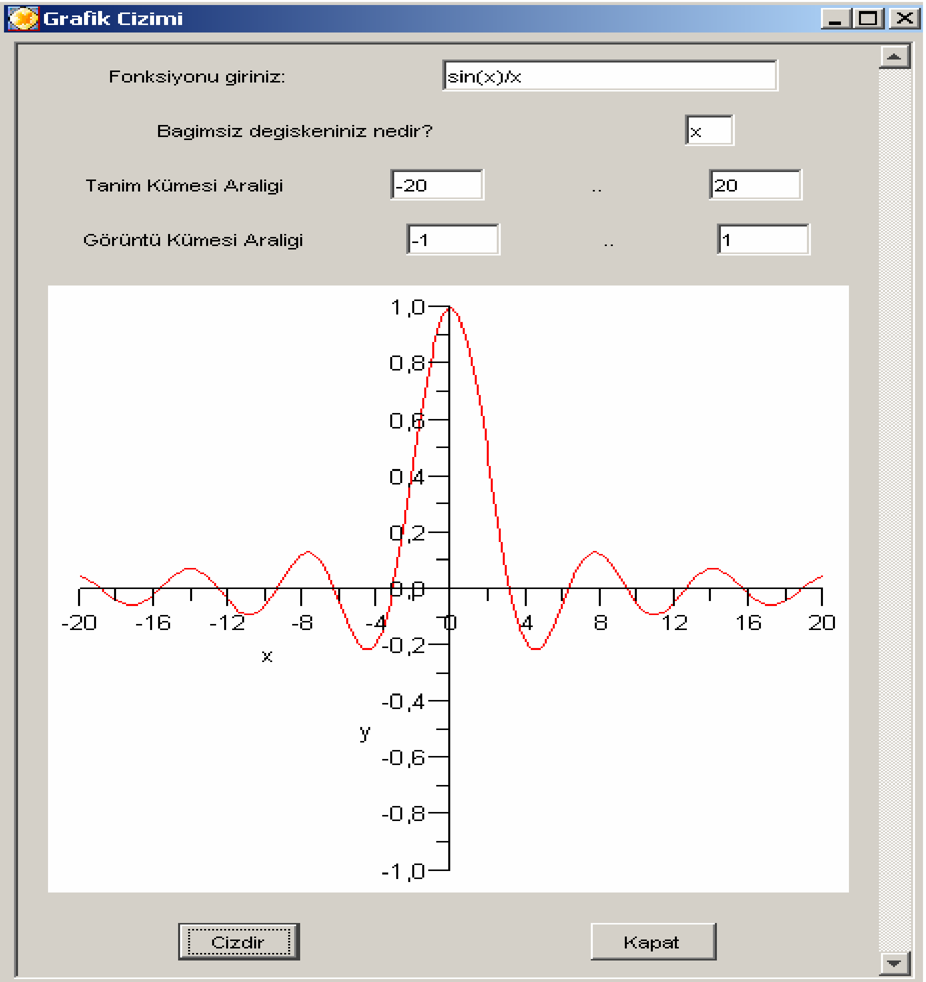
2. $t_1>t_o$ olmak üzere, t_o. saniyeden t_1. saniyeye kadar geçen zaman içerisindeki ortalama hızı veren bir fonksiyon yazınız.
3. Bu fonksiyonu daha önce bulduğunuz değerler için deneyiniz. (a) şıkkı için $t_o = 0$, $t_1=2$

   (b) şıkkı için $t_o = 1$, $t_1=2$
4. Bulduğunuz fonksiyon doğru ise $t_o= 1$ değerini sabit tutup sadece $t_1=x$'e bağlı 1. saniyeden *x*. saniyeye kadar geçen zaman içerisindeki ortalama hızı veren fonksiyon elde ediniz.
5. Bulduğunuz fonksiyonu kullanarak aşağıdaki tablo'yu doldurunuz.

Zaman aralığı başlangıcı	Zaman aralığı bitişi (x)	Zaman alığı içindeki ortalama hız
1	2	
1	1,5	
1	1,25	
1	1,125	
1	1,01	
1	1,001	

6. Yukarıdaki tabloyu oluşturmak sorunun çözümüne nasıl yardımcı olacaktır?

7. Gerekirse aşağıdaki programı kullanarak tabloyu oluşturmak için kullandığınız fonksiyonun grafiğini de çizdirebilirsiniz.



8. Yukarıdaki çabanız 1. saniyedeki hızı bulmak için nasıl bir imkân sunar? Değerlendiriniz.

9. Benzer bir uygulamayı 2. saniyedeki hızı araştırmak için de tasarlayınız.

ÇALIŞMA SAYFASI-2

LABORATUAR ORTAMINDAKİ MEYVE SİNEĞİ TOPLULUĞUNUN BÜYÜME HIZI

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

Problem: Deney yapan biyologlar çoğunlukla kontrollü laboratuar ortamında toplulukların büyüme hızını bulmak isterler.

Aşağıdaki şekil, 50 günlük bir deneyde bir meyve sineği topluluğunun nasıl büyüdüğünü göstermektedir. Sinek sayısı belirli aralıklarla sayılmış, bulunan değerler zamana karşı işaretlenmiş ve noktalar düzgün bir eğri ile birleştirilmiştir.

(a) Sinek sayısındaki değişimin 24. günden 50. güne kadar ortalama hızını bulunuz.

(b) Sinek sayısının <u>tam 24. gündeki</u> büyüme hızını bulun.

Yardımcı yönergeler:

10. Serbest düşme yapan taşın hızı ile ilgili yaptığınız çalışmanın bir benzerini burada uygulayarak çalışabilirsiniz. 24. gündeki büyüme hızı bulunabilir mi? Grup arkadaşlarınızla tartışınız.

11. Seçtiğiniz güne bağlı sinek sayısı miktarını grafik üzerinde yaklaşık bir değer alarak çalışabilirsiniz.

12. Eğer herhangi bir fonksiyonun grafiğini çizmeniz gerekirse yine aşağıdaki çizim programını kullanabilirsiniz.

Grafik çizimi

ÇALIŞMA SAYFASI-3

ÇEMBERİN ÇEVRESİ VE ALANININ İNCELENMESİ

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

Problem: 1 br yarıçapındaki bir çemberin çevresini ve alanını Arşimet'in çalıştığı şekilde bulmaya çalışınız. Elde ettiğiniz sonucu genel olarak *r* yarıçaplı bir çembere nasıl genelleştirebilirsiniz?

Bu problem, Arşimet'in yaşadığı çağda (M.Ö.287-M.Ö.212) önemli geometri problemlerinden biriydi. O zamanlar matematiğin geometri demek olduğu düşünülürse matematiğin önemli bir problemi idi. Arşimet bu problemi çokgenler aracılığı ile çözmeye çok yaklaşmıştır. "Çok yaklaşmıştır!" diyoruz, çünkü çemberin çevresi ve alanında bugün bildiğimiz irrasyonel π katsayısını şimdiki haline çok yakın olarak keşfetmiştir.

Aşağıdaki yönergeler Arşimet'in çalıştığı gibi çalışmanızı sağlayacaktır. Çalışmanızı sürdürürken π sayısından haberdar olmadığınızı düşünün ☺ !

Yardımcı yönergeler:

1. Yarıçapının 1 br olduğunu kabul ettiğiniz bir çember çizin. (M.Ö. 200'lü yıllarda en azından çemberin nasıl çizileceğini biliyorlardı … ☺)
2. Bu çemberin içine köşeleri çemberin üzerinde olacak şekilde çeşitli düzgün çokgenler çiziniz.
3. Her bir çokgenin (3-gen, 4-gen, 5-gen …) alanını ve çevresini bulup aşağıdaki tablo üzerine yazınız.

Bu işlemi 3-gen, 4-gen ve 5-gen için kâğıt kalem kullanarak yapın. Daha çok kenara sahip çokgenler için aşağıdaki programlar size yardımcı olacaktır. Tabloyu satır ekleyerek uzatabilirsiniz.

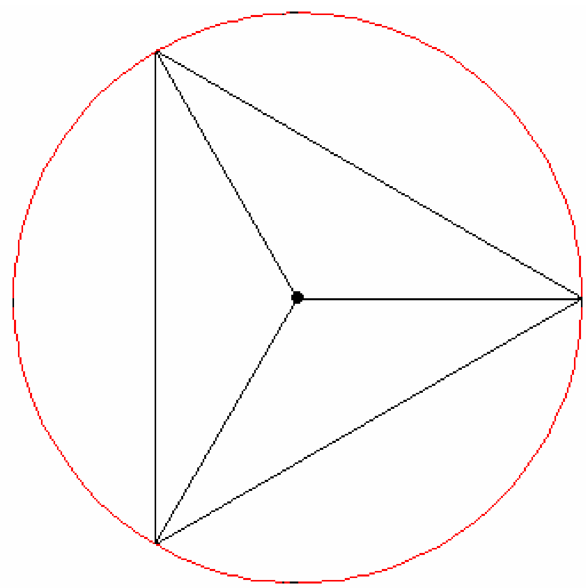
Çemberin Çevresi – Dairenin Alanı.

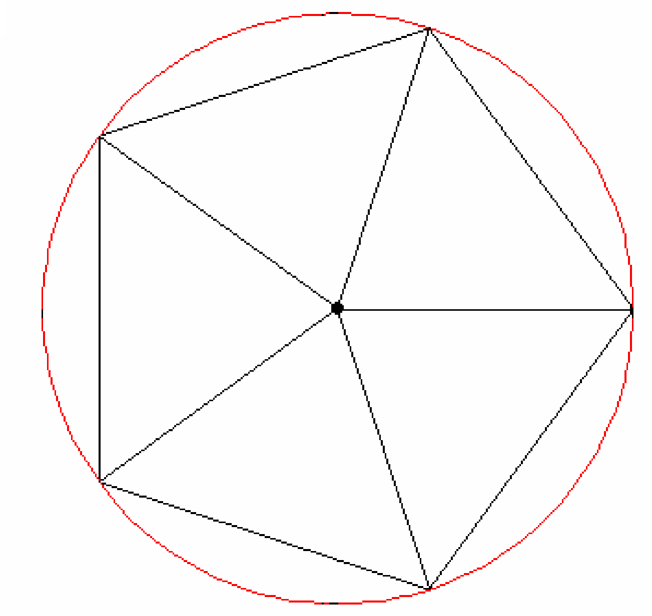
Çokgenin kenar sayısı	Çevre	Alan
3		
4		
5		

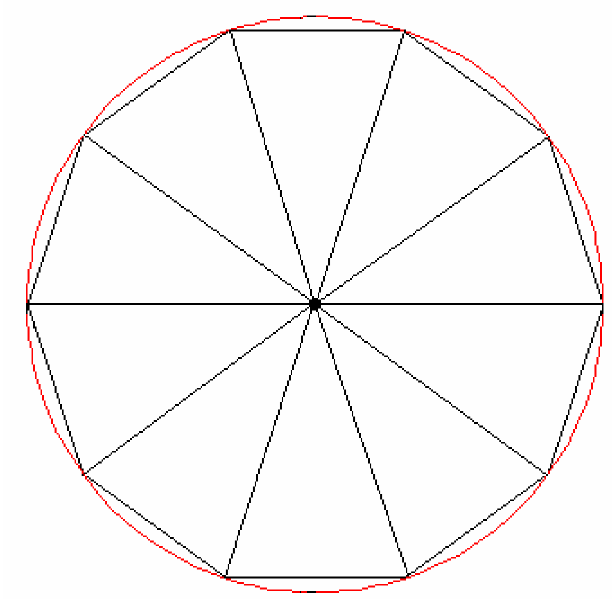
6		
7		
8		

Aşağıdaki soruları cevaplandırınız;

4. Çokgenlerin çevresini ve alanını hesaplamak için nasıl bir yöntem kullanıyorsunuz?
5. Kenar sayısı değiştikçe elde ettiğiniz çokgenin alanını ve çevresini her seferinde farklı bir yöntemle mi yapıyorsunuz?
6. Aynı yöntemle hesaplıyorsanız çokgenin kenar sayısına bağlı bir alan ve çevre fonksiyonu bulabilir misiniz?
7. Bulduğunuz fonksiyonlar yukarıda oluşturduğunuz tablo ile aynı sonucu veriyor mu?
8. Burada yapmış olduğunuz çalışmayı çemberin çevresini ve alanını bulma hedefi doğrultusunda değerlendiriniz.







ÇALIŞMA SAYFASI-4

TANIM OLUŞTURMA ÇALIŞMASI

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

Çemberin çevresini ve alanını bulmaya çalışırken bulduğunuz değerlerin sınırı, bulmak istediğiniz değerdir. Serbest düşmeye bırakılan taşın belli bir andaki hızı, başlangıcı bu an olan zaman aralığındaki ortalama hızın sınırıdır.

Son örnekte de, sinek sayısının belirtilen günler arasındaki değişiminin ortalama hızı, fonksiyon eğrisi üzerinde (24,150) ve (50,350) noktalarından geçen doğrunun eğimi olacağına dikkat ediniz. Bu doğru bir kiriştir. 24. gündeki büyüme hızı ise bu fonksiyon eğrisine t = 24 zamanında teğet olan doğrunun eğimi olacaktır. Dolayısı ile kirişlerin eğiminin sınırı teğetin eğimini verecektir.

❈ Burada sınır olarak karşımıza çıkan kavrama matematiksel olarak Limit adını vereceğiz.

Problem: Limitin bir tanımını oluşturunuz.

Yardımcı yönergeler:

1. "Serbest düşmeye bırakılan taşın belli bir andaki hızı, başlangıcı bu an olan zaman aralığındaki ortalama hızın sınırıdır." Cümlesini ele alarak aşağıdaki soruları cevaplandırınız.
    a) Serbest düşmeye bırakılan taşın belli bir andaki hızına bir isim veriniz, örneğin "*L*" olsun. *L* neyin sınırı yani limitidir?
    b) L'nin limiti olduğu bir fonksiyon varsa bu fonksiyonun değerinin L'ye yaklaşması esnasında fonksiyonda nasıl bir değişiklik olmaktadır?
2. Önceki çalışma sayfalarında oluşturduğunuz fonksiyonları ve sınırları (Limitleri) yorumlayınız.
    a) Bu fonksiyonların bağımlı değişkenleri nedir?
    b) Bu fonksiyonların bağımsız değişkenleri nedir?
    c) Bağımlı değişken ve bağımsız değişkenlerin davranışları ile limit arasındaki ilişki nedir?

ÇALIŞMA SAYFASI-5

İNFORMAL LİMİT TANIMI İLE LİMİT ARAŞTIRMA

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

İnformal olarak limitin tanımını inşa ettiniz;

Tanım: (informal tanım)

x_o bağımsız değişkeni için tanımlı olması gerekmeyen bir $f(x)$ fonksiyonu (zaman aralığı uzunluğunun bağımsız değişken olduğu ortalama hız fonksiyonu aralık uzunluğunun 0 değeri için tanmsızdır.) x_o civarında tanımlı olsun.

x_o'a yeterince yakın x değerlerinin görüntüsü olan $f(x)$ değerleri bir L değerine yaklaşıyorsa, x x_o'a yaklaşırken $f(x)$ fonksiyonunun **limiti** L'dir denir ve

$$\lim_{x\to x_o} = L$$

Şeklinde gösterilir.

Problem: Bu tanım yardımı ile cebirsel olarak tanımlanmış aşağıdaki fonksiyonların bağımsız değişkenlerinin verilen noktaya yaklaşırken limitlerini bulunuz.

a) $f(x)=\dfrac{x^4-16}{x-2}, \quad x_0=2$

b) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x}, \quad x_0=0$

c) $f(x)=\dfrac{3x^2}{2x-1}, \quad x_0=-1$

d) $f(x)=\dfrac{x^3-x^2-5x-3}{(x+1)^2}, \quad x_0=-1$

e) $f(x)=\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x^2+7}-4}, \quad x_0=3$

f) $f(x)=x\sin x, \quad x_0=\dfrac{\pi}{2}$

g) $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x\sin x}, \quad x_0=0$

h) $f(x)=\dfrac{2x^2}{3-3\cos x}, \quad x_0=0$

i) $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}, \quad x_0=0$

j) $f(x)=\begin{cases} x^2 & , x<1 \\ x^3+1 & , x\geq 1 \end{cases}, \quad x_0=\dfrac{\pi}{2}$

"fonk. limit araştırma" isimli Maple dosyası bu araştırma için size yardımcı olacaktır

ÇALIŞMA SAYFASI-6

HEDEF DEĞER KONTROLÜ-1

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

Problem: $y = 2x - 1$'in değerinin y_o = 7'nin 2 birim yakınında kalmasını sağlamak için x değerlerini x_o= 4'ün ne kadar yakınında tutmalıyız?

Yardımcı yönergeler:

1. Soruyu daha önceden bildiğiniz mutlak değer problemlerine döndürmeye çalışın. Bunun için kendinize şu soruyu sorun; "y'nin yani (2x – 1)'in 7'ye uzaklığının 2'den küçük olması için x hangi aralıkta olmalıdır?"
2. Bu sorunun cevabını yani x için bir aralık bulduktan sonra, 4 bu aralığın içinde kalıyorsa x değerlerinin 4'e ne kadar yakınlıkta tutulması gerektiğini söyleyebilirsiniz.
3. 4 sayısı bu aralığın içinde kalmıyorsa sonucu nasıl değerlendirirsiniz?
4. Grafik çizerek de araştırma yapabilirsiniz;

   $y = 2x - 1$ fonksiyonunun, y=7, y=7–2, y=7+2 ve x=4 doğrularının grafiklerini aynı koordinat sistemi üzerinde çizin, bu grafiği inceleyerek cevabınızı bulmaya çalışın.

ÇALIŞMA SAYFASI-7

HEDEF DEĞER KONTROLÜ-2

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

Problem: Tipik bir 1 litrelik ölçüm kabının içi yarıçapı 6 cm olan dik bir silindirdir. Dolayısı ile kabın içine koyduğumuz suyun hacmi kabın dolu olduğu *h* yüksekliğinin bir fonksiyonu olacaktır:

$$V_{su} = \pi\, 6^2\, h = 36\, \pi\, h$$

Bu kabın yemek yapma işlerinde kullanılacağını ve yemek yaparken %1'lik bir hassaslığın yeterli olduğunu düşünerek bu kabın ölçüm çizgilerinin en fazla kaç mm kalınlıkta olması gerektiğini bulunuz.

Yardımcı yönergeler:

5. Öncelikle %1'lik hassaslığın ne anlama geldiğini tartışın.
6. Kabın ölçüm çizgilerinin kullanacağınız fonksiyonun bağımsız değişkeni ile ilişkisini tespit edin.
7. Hangi hedef değerin %1 hassaslıkla tespit edilmesi için hangi bağımsız değişken, nasıl kontrol edilmelidir?

ÇALIŞMA SAYFASI-8

LİMİTİN FORMAL TANIMININ YAPILANDIRILMASI

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

Daha önce üzerinde çalıştığınız hedef değer problemlerinde bir $f(x)$ fonksiyonunun bir L hedef değeri etrafında belli bir aralıkta (L'ye ε kadar uzaklıkta) kalmasını sağlamak için x değişkenini belirli bir x_0 değerine ne kadar yakın tutmanız (x_0'a δ kadar uzaklıkta) gerektiğini belirlediniz.

L hedef değerinden sapma opsiyonuna hata (ε) adını vermiştik. Bu hatanın belirli bir değeri için seçeceğimiz x değişkenlerinin x_0 değerine olan yakınlığı da değişecektir (x değişkenlerinin x_0 değeri ile eşit olmasının gerekli olmadığına dikkat ediniz. Hatta eşit değil yakın olmalıdır.).

Bu hata ne kadar küçük olursa olsun $f(x)$ fonksiyonunun L hedef değerinden sapma şansı vardır.

? Hata (ε) ne kadar küçülürse küçülsün x_0'a uygun miktarda yakınlığı sağlayan bir δ bulunabilir mi?

? Hedef değerin limit olabilmesi için ε ne kadar küçültülmelidir?

Problem: Aşağıdaki fonksiyonlar için bir L hedef değeri ve x_0 değeri verilmiştir. L hedef değerine çeşitli yaklaşım hataları (ε) için x_0'a uygun miktarda yakınlıklar[1] (δ) bulmaya çalışınız.

Hangi fonksiyonlar için L hedef değeri fonksiyonun bağımsız değişkeninin x_0'a yaklaşması durumundaki limitidir? Nasıl karar verdiniz?

a) $f(x) = 5x - 3, \quad L = 2, \quad x_0 = 1$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 2 \\ 1, & x = 2 \end{cases}, \quad L = 4, \quad x_0 = 2$

[1] Reel sayı doğrusu üzerinde bir x değerine a kadar yakınlık, x'in a komşuluğu adını almaktadır. Eşitsizlik yardımı ile nasıl gösterildiğini hatırlayınız.

c) $f(x)=\begin{cases} x^3 & , \ x<2 \\ 3 & , \ x=2 \\ x+\dfrac{1}{2}, & x>2 \end{cases}$, $L=\dfrac{5}{2}$, $x_0=2$

d) $f(x)=\sqrt{1-5x}$, $L=4$, $x_0=-3$

e) $f(x)=\dfrac{\sin(2x)}{3x}$, $L=1$, $x_0=0$

f) $f(x)=\dfrac{x^2+6x+5}{x+5}$, $L=-5$, $x_0=-3$

Yardımcı yönergeler:

1) ε değerini özgürce farklı farklı değerler seçin.

2) Seçtiğiniz her ε değeri için fonksiyonun, y = L + ε ve y = L – ε doğrularının grafiklerini aynı koordinat sistemi üzerinde çizin.

3) Grafiği inceleyerek x_0'ın uygun δ komşuluklarını bulmaya çalışın.

4) Seçilen ε değeri için uygun bir δ değerinin cebirsel olarak nasıl bulunabileceğini tartışın.

ÇALIŞMA SAYFASI-9

HER ε DEĞERİ İÇİN δ'NIN VARLIĞINI ARAŞTIRMA: (TANIM İLE LİMİT İSPATLAMA)

Grup Elemanları: 1)……………………………….. **Tarih:**………………

2)………………………………..

3)………………………………..

- ✓ **Çalışmanızı aşağıdaki yönergeler ışığında grup arkadaşlarınızla beraber yürütünüz. Bu yönergeler sadece tavsiye niteliğinde olmakla beraber sizin arzu edilen noktaya ulaşmanız doğrultusunda hazırlanmıştır. Kendinize has düşüncelerinizi de kullanmada serbestsiniz.**
- ✓ **Elinizdeki çalışma sayfası, çalışmalarınız için yeterli değilse ekstra sayfalar kullanabilirsiniz.**

Problem: Aşağıdaki limitlerde her ε için uygun bir δ'nın varlığını araştırınız (Verilen limitleri ispatlayınız). Yoksa sebebini belirtiniz.

- $\lim_{x \to 0} x^2 + 3 = 3$
- $\lim_{x \to 3} \frac{1}{x} = \frac{1}{3}$

Yardımcı yönergeler:

8. $|f(x) - L| < \varepsilon$ eşitsizliğinin çözüm kümesini, yani x için bir aralık bulun.

9. x için yukarıda bulduğunuz aralığı düşünerek, $|x - x_o| < \delta$ olacak şekilde bir δ'nın varlığını, varsa ne olacağını tartışınız.

10. $|f(x) - L| < \varepsilon$ eşitsizliğinin çözüm kümesi olan aralığın içine merkezi x_0 olan bir aralık yerleştirmeye çalışın. Bu aralığı bulduysanız uygun δ değerlerinden birini buldunuz demektir. Hangi durumlarda uygun bir δ bulamazsınız?

11. Cebirsel olarak çözmekte güçlük çektiğiniz eşitsizlikler için bir maple programı yardımı ile grafiksel inceleme yapabilirsiniz.

Not: Burada yapacağınız çalışmalar için maple çalışma sayfası olarak üretilen "deltabul" isimli dosyadan faydalanabilirsiniz.

LİMİT UYGULAMALARI

1. Aşağıdaki fonksiyonların limitlerini bulunuz.

a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(x-\frac{\pi}{2}\right)\tan x$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2-(7x+1)\sqrt{x}+5}{x-1}$

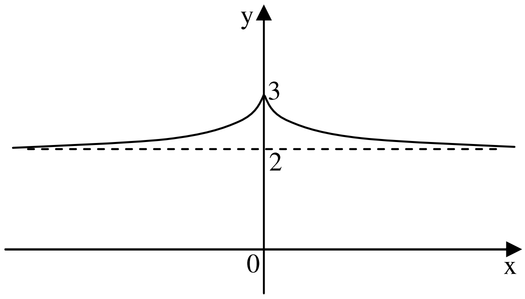
c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x^3+9x^2}{2x^5+3x^2}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(2x)}{3x}$

e) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3}{x^2-1}$

f) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{[\![1-2x]\!]+[\![2x-1]\!]}{\operatorname{sgn}(4-x^2)+|x-2|}$

g) $f(x)$ fonksiyonun grafiği aşağıda verilmiştir. Buna göre $\lim\limits_{x\to 3} [\![f(x)+\operatorname{sgn}(f(x))]\!]^{\operatorname{sgn}(f(x))} = ?$



h) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{[\![\sin x]\!]^{\operatorname{sgn}(\cos x)}\,|\sin x|}{[\![\sin x+\operatorname{sgn}(\sin x)]\!]}$

i) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^{1996}+x^{1995}}{\sin(x+1)}$

2. $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+2mx+3}-\sqrt{x^2+4}\right)=1$ olduğuna göre m kaçtır?

3. $\lim\limits_{x\to 3}\left(x^2+1\right)=10$ olduğunu limitin ε-δ tanımını kullanarak gösteriniz

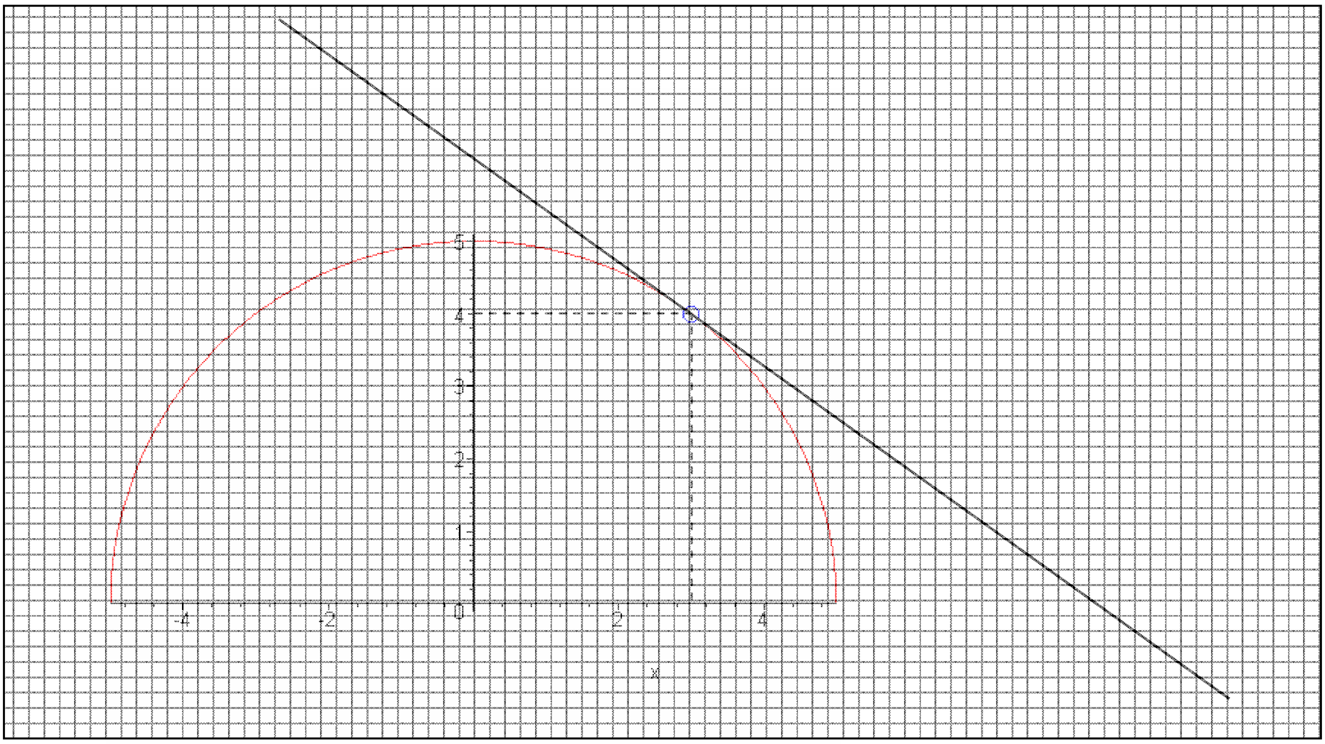
4. $\lim\limits_{x\to 2} 2^x = 4$ olduğunu limitin ε-δ tanımını kullanarak gösteriniz

5. $\lim\limits_{x\to \pi}\left(4+\cos x\right)=3$ olduğunu limitin ε-δ tanımını kullanarak gösteriniz

6. Aşağıdaki fonksiyonun grafiğini çizip, limitin ε-δ tanımını kullanarak $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\dfrac{5}{2}$ olmadığını gösteriniz.

$$f(x)=\begin{cases} x^3 & , \ x<2 \\ 3 & , \ x=2 \\ x+\dfrac{1}{2}, & x>2 \end{cases}$$

7. Aşağıda orijin merkezli, 5 yarıçaplı çembere (3,4) noktasında teğet çizilmiştir. Bu teğetin eğimini hesaplayınız.



Not: Önce geometrik olarak bu teğetin eğimini yaklaşık olarak hesaplayınız. Daha sonra, çember üzerinden (3,4) noktası haricinde bir nokta seçip bu nokta ile (3,4) noktasından geçen doğrunun eğimini bulunuz. Sonradan seçtiğiniz noktayı (3,4) noktasına yaklaştırınız ve elde ettiğiniz yeni doğrunun eğimini bulunuz. Bu işlem size aradığınız eğimi bulmak için nasıl bir imkân sağlar?

8. Analiz I dersi, fakültemizde ilk kez 2000 yılında okutulduğunda, dersi alan öğrenci sayısı 50 idi. Bu dersten kalma oranı her yıl sabit %40 ve her yıl dersi ilk kez alan öğrenci sayısının yine sabit ve 50 olduğu düşünülürse. Bu dersi alan öğrenci sayısının ileride ne olacağını tahmin edersiniz?

9. $y = x^2$ fonksiyonu, y-ekseni, x-ekseni ve x=10 doğrusu arasında kalan alanı bulunuz.

10. Doğal sayılardan reel sayılara tanımlı fonksiyonlara sayı dizisi denir. Tanım kümesi doğal sayılar olduğu için bu fonksiyonun görüntü kümesi elemanları birinci, ikinci, üçüncü, . . . şeklinde sayılabilir. Bu elemanlara kısaca dizinin elemanları denir. Bu elemanların nasıl elde edileceğini veren fonksiyonun kuralına dizinin genel terimi adı verilir.
Bu elemanlardan oluşan kümenin yığılma noktasından bahsedilebilir. Bir kümenin birden fazla yığılma noktası olabileceğini biliyoruz. Eğer bir sayı dizisinin yığılma noktası bir tane ise bu noktaya dizinin limiti denir.

- Size göre bir sayı dizisinin limiti nasıl tanımlanabilir?
- Bir sayı dizisi yazınız ve limitini bulunuz.
- Sayı dizisinin limiti ile fonksiyonun limiti arasındaki benzerlik nedir?

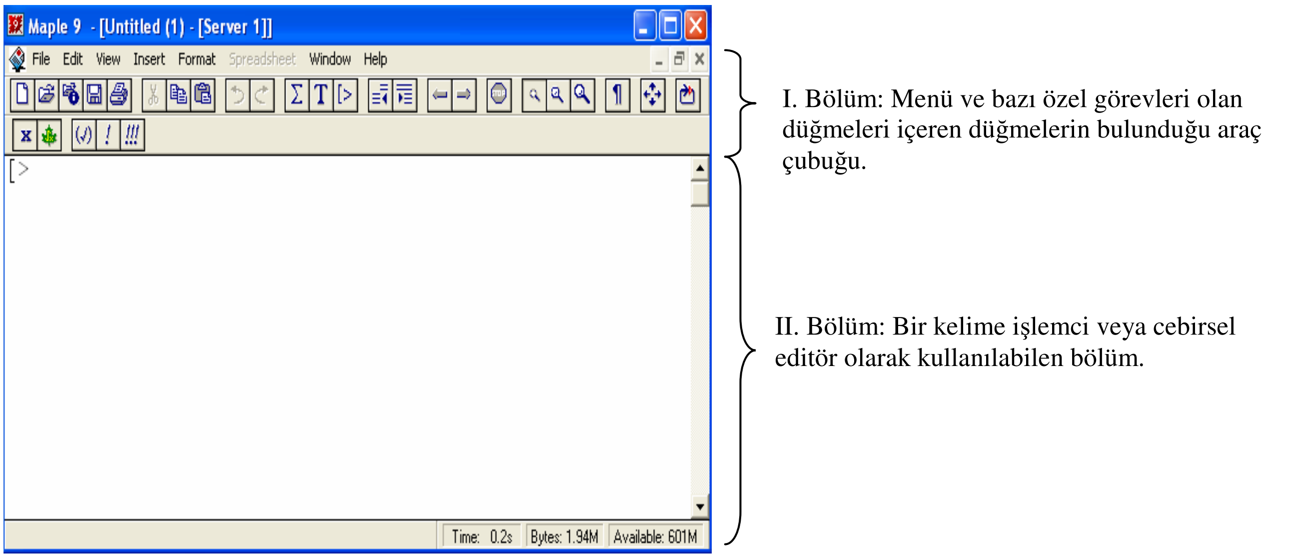
EK 3. MAPLE PROGRAMININ KULLANIMI İÇİN ÖĞRENCİLERE VERİLEN KURSTA KULLANILAN MAPLE KLAVUZU

TEMEL SEVİYEDE MAPLE KULLANIM KLAVUZU

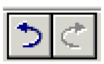
Maple, bir bilimsel hesap makinesinin yapabildiği her işlemi yapmanın yanında, 2 ya da 3 boyutlu grafik çizme, sembolik hesaplamalar yapabilme ve özel cebirsel operatörlerin işlemlerini uygulayabilme kapasitelerine sahip bir paket programdır. Maple ve benzeri programlara Bilgisayar Cebiri Sistemleri denir. Maple programı uygun şekilde kullanıldığında, birçok matematiksel kavramı anlamanızı kolaylaştırabilir. Bunun için profesyonel bir maple kullanıcısı olmanız gerekmez. Bu kılavuzda en temel düzeyde de olsa, bir maple kullanıcısı olmanızı sağlayacak bazı temel bilgiler derlenmiştir.

A) MAPLE ARAYÜZÜ

Maple, Windows ortamında kullanmaya alışık olduğunuz birçok programa benzer bir arayüze sahiptir. Bu arayüz, iki ana bölümden oluşur;



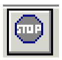
Birinci bölüm olarak adlandırdığımız bölüm, word veya excel gibi programlardan tanıdık olduğumuz bir işleve sahiptir. Zaten, kaydet, yeni belge aç, kes, kopyala, yapıştır gibi görevleri olan düğmelerin görünümleri de alışık olduğunuz gibidir. Diğer düğmeler aşağıda kısaca açıklanmıştır. İşlevlerini, maple'ı kullandıkça daha iyi kavrayacaksınız.



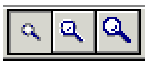
Son hareketleri geri ve ileri alır.

Bu üç buton Maple için geçerli fonksiyonlardır. **Sigma**, standart modu gösterir. Bunun anlamı, metin bölgesine işletilmeyen standart matematik yerleştirir. **T** ye tıklandığında, Maple kilitlenir ve metin moduna geçilir. Burada metin üzerinde word de olduğu gibi yazım değişiklikleri yapmak mümkündür. Tekrar matematik moduna dönmek için **[>** butonu tıklanır.

Bu iki buton, seçilen bölüm için alt klasör kapatma ve alt klasör açma

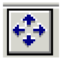


Sıradaki buton Stop işaretidir. **“Panik”** butonu olarak kullanılır. Çalışmakta olan hesaplamayı durdurmak için kullanılır. (Ctrl+C de aynı işi yapar.)

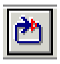


Bu üç buton büyütme miktarını kontrol eder.

Çalışma sayfasındaki gösterilmeyen karakterleri (örneğin; kelime aralarındaki boşluk miktarını) gösterir.



Aktif çalışma sayfasını mevcut boyutuna genişletir.

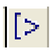


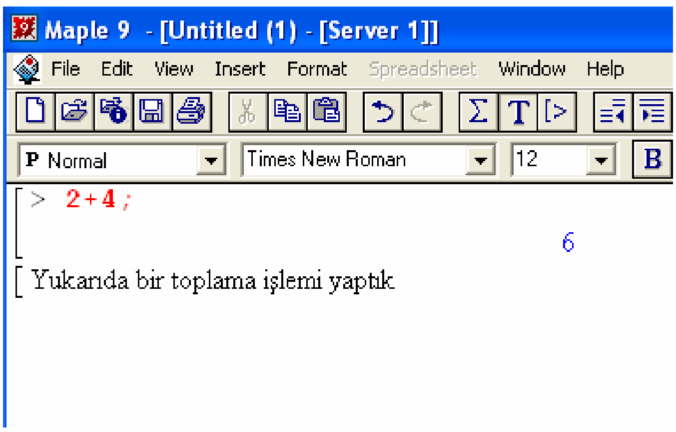
Son buton, değişkenlerin değerlerini sıfırlar yani ilk haline getirir. Maple komutu olarak kullanımı **restart;**

İkinci bölüm olarak adlandırdığımız bölümün adı **KERNEL**’dır. Bu bölüm, Maple ile etkileşim içinde olacağımız bölümdür. Matematik adına yapılmasını istediğimiz işlemleri birer komut olarak buraya yazarız. Bu komutları yazarken dikkat etmemiz gereken noktaları açıklamadan önce Kernel’ı yakından tanıyalım;

Kernel da kendi arasında ikiye ayrılır;

Birincisi, cebirsel editör görevi yapan bölge: Bu bölge, **[>** işareti ile başlayan satırdır. Bu satıra yazdığınız her şey özel bir yazı stili ve kırmızı renkte görünür. Bu bölgeye kurallarına uygun bir maple komutu yazıp [Enter] tuşuna bastığınızda komutu çalıştırmış olursunuz ve hemen alt satırda mavi renk ile komutun tanımladığı işlemin sonucu görünür. Bu bölgeye komut satırı da diyebilirsiniz. Bu satır interaktiftir.

İkincisi kelime işlemci olarak kullanılabilen bölge: Maple açıldığında, varsayılan olarak kernel cebirsel editör olarak açılır. Eğer bir komut değil de açıklama tarzında bir yazı yazmak istiyorsanız araç çubuğundaki  düğmesine tıklayarak komut satırını kapatırsınız. Artık satır **[** işareti ile başlar ve bu satıra aynı bir kelime işlemcide (word) olduğu yazılar yazabilirsiniz. Bu satır interaktif değildir. Tekrar interaktif komut satırını açmak için araç çubuğundaki  düğmesine tıklar veya **Ctrl-J** tuş kombinasyonunu kullanırsınız.



Cebirsel editörlük yapan komut satırı

Kelime işlemci olarak kullanılan metin satırı

Cebirsel editör olarak kullanılan etkileşimli komut satırının kullanımı için daha fazla vakit ayırmamız gerekiyor. Çünkü maple'dan faydalanacağımız kısım burası.

B) MAPLE VE MATEMATİK

Maple sizinle etkileşim içinde olan bir programdır. Maple'ın dilini kullanarak sorduğunuz matematik ile ilgili hemen hemen her sorunun cevabını öğrenebilirsiniz. Tabii ki bu cevapları yorumlamak sizin işiniz olacaktır.

1. Komut satırını çalıştırmak:

Her komut **;** işareti ile bitirilip [Enter] tuşuna basıldığında, eğer komutta bir söz dizimi hatası yoksa çalıştırılır ve komutun sonucu bir alt satırda mavi renk ile çıktı olarak görünür.

Eğer komut **;** işareti yerine **:** işareti ile bitirilip [Enter] tuşuna basılırsa komut çalıştırılır ve hesaplama yapılır ancak sonuç ekrana yazılmaz, daha ilerideki hesaplamalarda kullanılmak üzere hafızada tutulur.

2. Maple Komutları:

Maple'dan istekleriniz dört işlem olabileceği gibi özel matematiksel operatörler de olabilir. Maple, yapmış olduğu hesaplamaların sonuçlarını sizin alışık olduğunuz tarzda, yâni matematiksel dile uygun bir şekilde ekranda gösterir. Bu kısım daha önce de belirttiğimiz gibi mavi renklidir. Mavi renkli bölgeye müdahale edemezsiniz.

Bir hesap makinesinin vermiş olduğu sonucu bazen anlamakta güçlük çekebilirsiniz. Çünkü, en kapsamlı hesap makinesinde bile ekran ancak 4-5 satırdan ibarettir. Fakat, maple'ın mavi renkli cevabı aynen defterinize yazdığınız veya kitaplarda görmeye alışık olduğunuz tarzdadır.

Bunun yanında, komutları yazarken bazı kurallara dikkat etmek zorundasınız. Aksi takdirde maple sizin ne sormak istediğinizi anlamaz, ya da yanlış anlar. Ve istediğiniz cevabı alamazsınız.

- Bu kuralların birincisi, komutların **;** işareti ile bitirilmesi gerektiğidir.

Matematiksel bir yazımın bilgisayara aktarılmasına ait yazım şekli, genelde her program için aynıdır. Aşağıdaki tablo, temel matematiksel operatörlerin bilgisayara nasıl yazılacağını göstermektedir.

Matematiksel İşlem	**Maple'a yazım tarzı örnekleri**	**Maple sonucu olarak ekranda görülen çıktı**
Toplama, çıkarma	`2+4;` `5-7;`	6 -2
Çarpma, bölme	`7*8;` `7/8;`	56 $\frac{7}{8}$
Bir sayının kuvveti 2^5	`2^5`	32

Karekök alma veya bir sayının reel kuvveti	`sqrt(15);` `15^(2/3);`	$\sqrt{15}$ $15^{(2/3)}$

➢ Matematikte gruplandırma yapmak için parantezler kullanmamız gerektiğinde bazen normal bazen köşeli parantez kullanabiliyoruz ancak maple programında gruplandırma yapmak amacı ile parantez kullanacağımız zaman sadece normal parantez kullanmamız gerekir. Köşeli parantez farklı anlamlara gelmektedir. Ayrıca maple sadece sayıları tanımaz, değişkenler ile de işlem yapabilirsiniz;

Örnek:

```
> (y+x)^2*(e-2/(r-t));
```

$$(y+x)^2\left(e-\frac{2}{r-t}\right)$$

3. Özel Maple Komutları:

Maple, sıradan matematiksel işlemler haricinde özel komutlar içerir. Bu komutların sayısı 5000'in üzerindedir. Bu yüzden her birini tek tek açıklamak mümkün değildir. En sık kullanılanları sırası geldikçe göreceğiz.

Bir maple komutunun genel yapısı; **Komutadı(** **)** şeklindedir. Parantez içine, komutun ihtiyaç duyduğu elemanlar, aralarına virgül (**,**) konarak yazılır. Bu elemanlara argüman adı verilir. Komutların adı genelde matematiksel operatörün İngilizce karşılığının kısaltılmış halinden oluşur.

➢ **evalf** komutu;

Maple, hesap makinesinden farklı olarak bir hesaplamanın sonucunu sembolik olarak da verebilir. Sonucun sayısal karşılığını görmek istiyorsanız **evalf** komutunu aşağıdaki gibi kullanabilirsiniz;

evalf(F,m)

F = hesaplanacak ifade

m = ifadenin kaç basamağının hesaplanacağı

Eğer ifadenin kaç basamağının hesaplanacağı belirtilmezse, maple varsayılan olarak en fazla 10 basamak hesaplar.

Örnek:

```
>sqrt(2);
```

$$\sqrt{2}$$

```
>evalf(sqrt(2));
```

$$1.414213562$$

```
>evalf(sqrt(2),20);
```

$$1.4142135623730950488$$

4. Matematik sabitleri ve bazı bilinen fonksiyonlar:

Maple, π ve doğal logaritma tabanı olan *e* sayısı gibi sabitleri de tanımaktadır. Ayrıca trigonometrik veya logaritmik fonksiyonlar da yazılabilmektedir. Tabii ki bunları maple'ın anlayabileceği gibi yazmak şartı ile!

Sembol veya fonksiyon	**Maple'da yazılışı ve kullanımı**	**Uyarılar**

π sayısı	`>Pi;`
	π
	`>evalf(Pi);`
	3.141592654
		Pi yazarken p harfi büyük, i harfi küçük yazılmalı. pi, Pİ, pİ gibi yazımlar doğru değildir.

e sayısı	`>exp(1);`
	e
	`>evalf(exp(1));`
	2.718281828
		exp(m) = e^m anlamına gelmektedir. e sayısını belirtmenin **<u>tek yolu</u>** exp(1) yazmaktır.

Trigonometrik fonksiyonlar	`>sin(2);`
	sin(2)
	`>evalf(sin(2));`
	0.9092974268
	`>tan(Pi/3);`
	$\sqrt{3}$
	`>cot(Pi/2);`
	0
	`>cos(Pi/6);`
	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
		Maple trigonometrik ifadeleri hesaplarken bağımsız değişkeni, varsayılan olarak **<u>radyan</u>** cinsinden kabul eder. Çünkü derslerimizde de öğrendiğimiz gibi radyan, açı ölçüsü ile sıradan bir reel sayının buluştuğu yerdir. Yâni hem trigonometrik oranın içinde hem de dışında aynı değişkeni kullanıyorsanız radyan olmalıdır.

Logaritmik fonksiyon	`>log(10);`
	ln(10)
	`>ln(exp(1));`
	1
	`>log[2](10);`
	$\frac{\ln(10)}{\ln(2)}$
		Maple, **log** ile doğal logaritma olan **ln** yazımını aynı anlamda varsayar. **$\log_a b$** yazmak istiyorsanız **log[a](b)** veya taban değiştirme kuralını kullanarak $\frac{\ln(a)}{\ln(b)}$ yazabilirsiniz.

Bu fonksiyonlar ve semboller arttırılabilir. Burada en sık kullanılanlar arasında aklımıza gelenleri saymakla yetindik.

5. Maple'da atama yapma ve fonksiyon tanımlama:

Maple kullanımı kolaylaştıran unsurlardan biri de, bir değişkeni sabit bir sayıya ya da bir fonksiyona atayabilmektir. Atama kavramını isimlendirme gibi düşünebilirsiniz. Atama yapmak için önce sayı, fonksiyon ya da ifadeye hangi ismi verecekseniz onu yazarsınız daha sonra **:=** işaretinden sonra sayı, fonksiyon ya da ifadeyi yazarsınız.

Bir atama yaptıktan sonra, bir harf ile atadığınız (isimlendirdiğiniz) ifade yerine o harfi kullanabilirsiniz.

Örnek:

```
>b:=3;
```

$$b := 3$$

```
>5^b;
```

$$125$$

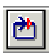
```
>a:=x^2;
```

$$a := x^2$$

```
>a/7;
```

$$\frac{x^2}{7}$$

Not: Bir maple dosyasında çeşitli atamalar yapıp bu sayfayı daha sonra kullanmak üzere kaydedip kapatsanız bile tekrar açtığınızda bu atamaların hiçbiri hafızada kalmaz. Bütün atama satırlarını tekrar çalıştırarak (satırın üzerine gelip [Enter] tuşuna basmak) atamaları yenilemelisiniz.

Bir çalışma sayfasındaki atamaları sayfayı kapatmadan sıfırlamak istiyorsanız bir komut satırına **restart;** komutu yazıp çalıştırmalı veya araç çubuğundaki  düğmesini tıklamalısınız.

➢ **Tanımlanan ifadede değişken yerine bir değer yazma:**

Burada yeni bir komut daha öğreneceğiz; **subs** komutu;

Komutun kullanımı: **subs(x=a,f)** f isimli ifadede x değişkeni yerine a değerini koy anlamına gelir.

Örnek:

```
>f:=3*x^2-(x-2)/(x+5);
```

$$f := 3\,x^2 - \frac{x-2}{x+5}$$

```
>subs(x=2,f);
```

$$12$$

```
>subs(x=e,f);
```

$$3\,e^2-\frac{e-2}{e+5}$$

➢ **Maple'da matematiksel anlamda fonksiyon atamak;**

subs komutunu kullanmak her zaman kullanışlı olmayabilir. Bu gibi durumlarda aşağıdaki gibi fonksiyon tanımlanırsa değişken yerine bir değer vermek daha hızlı ve pratik olur.

```
>f:=x->sin(x)+x^2;
```

$$f:=x\to\sin(x)+x^2$$

```
>f(Pi/3);
```

$$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi^2}{9}$$

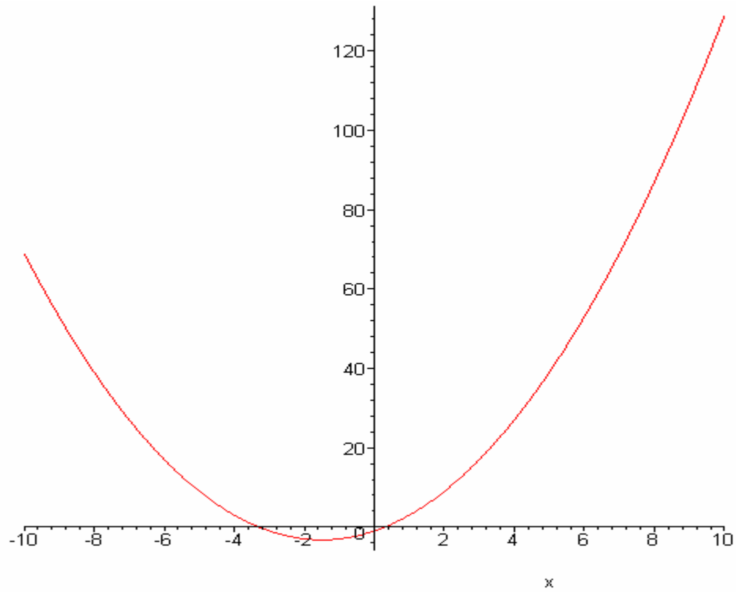
`f:=x->sin(x)+x^2` yazımı matematiksel olarak $f(x)=\sin x+x^2$ anlamına gelir. Bu sayede `f(a);` yazarak x yerine a yazmış oluruz.

6. Grafik çizme:

Maple programı her türlü fonksiyonun grafiğini hem 2 boyutlu hem de 3 boyutlu çizebilme kapasitesine sahiptir. Şimdilik sadece 2 boyutlu grafik çizmekten bahsedeceğiz.

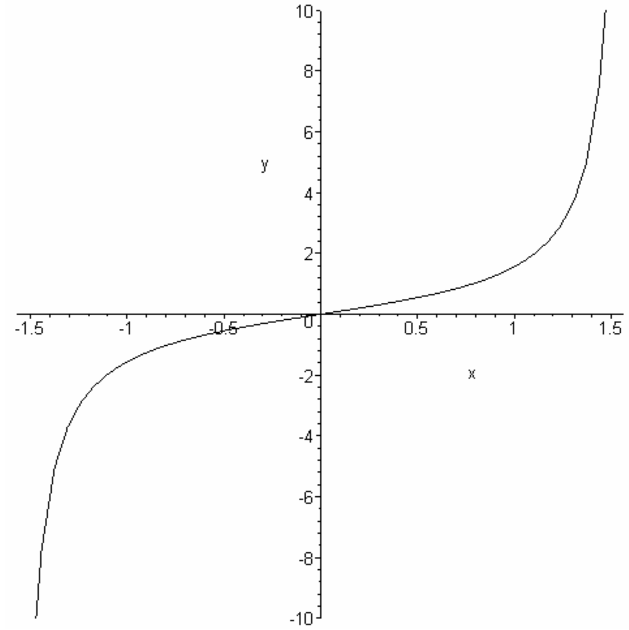
Grafik çizmek için **plot** komutunu kullanırız. Bir fonksiyonun grafiğini çizmek için en azından fonksiyonu ve çizimin yapılacağı tanım aralığını yazmalıyız;

```
>plot(x^2+3*x-1,x=-10..10);
```



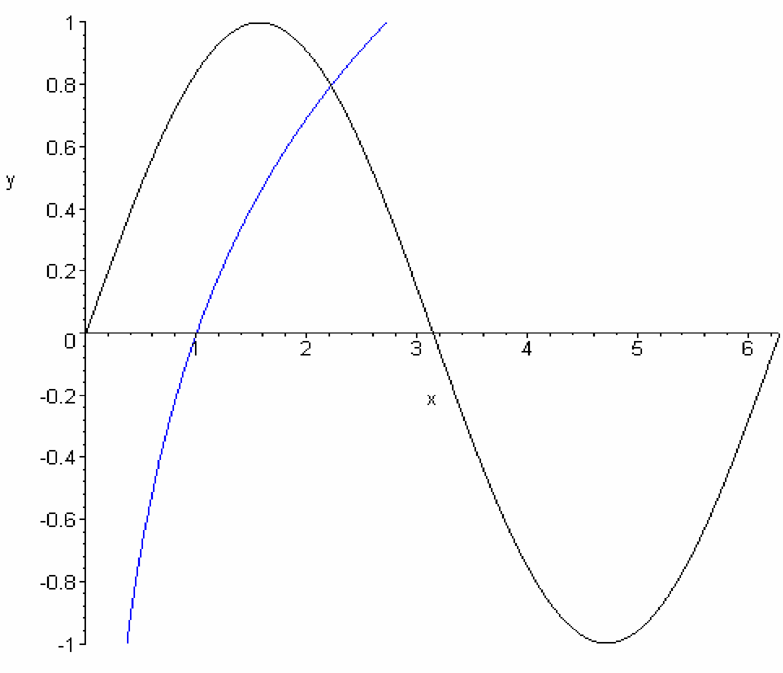
plot komutunun minimum kullanımı **plot(fonksiyon , bağımsız değişken aralığı)** şeklinde olmakla beraber, **plot(fonksiyon , bağımsız değişken aralığı , bağımlı değişken aralığı , renk)** gibi özellikleri de kullanabilirsiniz;

```
>plot(tan(x),x=-Pi/2..Pi/2,y=-10..10,color=black);
```



Ayrıca, aşağıdaki gibi aynı koordinat sistemi üzerinde birden fazla fonksiyonun da grafiği çizilebilir.

```
>plot([sin(x),ln(x)],x=0..2*Pi,y=-1..1,color=[black,blue]);
```



C) MAPLE'IN YARDIM MENÜSÜNÜ KULLANMAK

Bu kullanım klavuzu ile maple'ın bütün özellikleri anlatılmamıştır. Sizin eğitiminiz boyunca maple'ı kullanabilmeniz ve çalışmalarımız sırasında maple ile ilgili göreceğiniz yeni özellikleri anlayacak kadar maple bilgisine sahip olmanız hedeflenmiştir.

Maple'ın yardım menüsü oldukça kullanışlıdır. Maple ile ilgili bir özellik kullanmak istediğinizde kullanımını merak ettiğiniz matematiksel operatörün İngilizcesini öğrenin (veya bulun) ve komut satırına **?** işaretinden sonra kelimeyi yazıp [Enter] tuşuna basın. Bir yardım sayfası açılacaktır.

Bu yardım sayfası da İngilizcedir. Anlamayabilirsiniz, ancak açılan yardım sayfasında, aynen bu kılavuzda olduğu gibi aradığınız matematiksel operatörün kullanım örnekleri vardır. Bunlardan yararlanabilirsiniz.

Örnek:

Bir fonksiyonun limitini bulmaya yarayan komutu merak ettiğinizi düşünelim. Limit zaten İngilizce bir kelimedir.

```
>?limit
```

yazıp [Enter] tuşuna bastığınızda açılacak olan yardım sayfasındaki örnekleri bulun. Bu örnekler sizi yönlendirecektir.

Examples

```
> limit(sin(x)/x, x=0);
                                                  1
> limit(exp(x), x=infinity);
                                                  ∞
> limit(exp(x), x=-infinity);
                                                  0
> limit(1/x, x=0, real);
                                              undefined
> limit(exp(x^2)*(1-erf(x)), x=infinity);
                                                  0
```

EK 4. Genel Matematik Konularına yönelik hazırlanan "Hazır Bulunuşluk Testi"

1. $\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-9x}\leq 1$ eşitsizliğini çözünüz.

2. 2'nin $\dfrac{1}{10}$ komşuluğu kümesini;

(a) reel sayı aralığı şeklinde,

(b) kümelerin ortak özellik gösterimi yöntemi ile mutlak değer kavramını kullanarak gösteriniz.

3. "n bir doğal sayı olmak üzere bir P(n) önermesinde, n=k için P(k)'nın doğruluğu n=k+1 için P(k+1)'in doğruluğunu gerektiriyorsa her n doğal sayısı için P(n) önermesi doğrudur" diyebilir miyiz? Açıklayınız.

4. A = { $x\in$ IR : $|x^2-5|>4$ } kümesinin elemanlarını yazınız.

5. Denklem, fonksiyon ve özdeşlik kavramlarını tanımlayınız. Bir denklem, bir fonksiyon ve bir özdeşlik örneği veriniz.

6. ε>0 ve b$\in$IR olmak üzere $\left|\dfrac{1}{x}-b\right|<\varepsilon$ eşitsizliğini çözünüz.

7. $ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri α ve β ise "ax^2+bx+c" ifadesini çarpanlarına ayırınız.

8. $x^3-x-1=0$ denkleminin 1 ile 2 arasında bir kökünün olup olmadığı hakkında ne söylersiniz? Cevabınızı açıklayınız.

9. **(a)** $f(x)=x^2+4x+4$ fonksiyonunun tersini bulunuz. **(b)** Tersinin bir fonksiyon olup olmadığı hakkında ne dersiniz?

10. $f(x)$, x'in bütün değerleri için tanımlı ve tek bir fonksiyon ise $f(0)$ hakkında bir şey söylenebilir mi? Yanıtınızın nedenini açıklayınız.

11. k'nın hangi değerleri için aşağıdaki denklemler çözülebilir?

$\sin x=k$, $\quad |\sin x|=k$, $\quad \sin x=|k|$

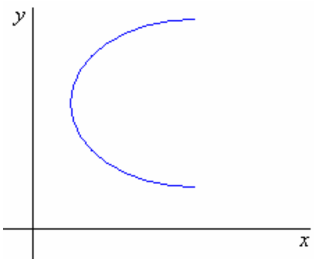
12. $\sin x=x$ denkleminin $x=0$'dan başka kökü var mıdır? Cevabınızı bir grafik yardımı ile açıklayınız. (x'i radyan cinsinden alınız). Peki, $\sin x\cong x$ olacak şekilde x değerleri önerebilir misiniz?

13. $|\sin x|-\sin x=2$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

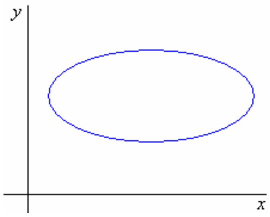
14. $\sin\dfrac{5\pi}{3}$, $\cos\dfrac{7\pi}{2}$, $\tan\dfrac{7\pi}{6}$, $\sec\dfrac{3\pi}{4}$ trigonometrik değerlerini hesaplayınız.

15. Aşağıda verilen grafiklerden hangisi bir $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği olabilir? Tercihinizin nedenini açıklayınız.

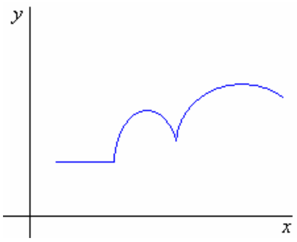
a)



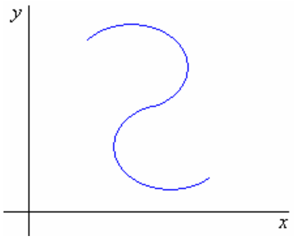
b)



c)



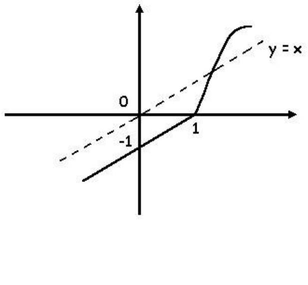
d)



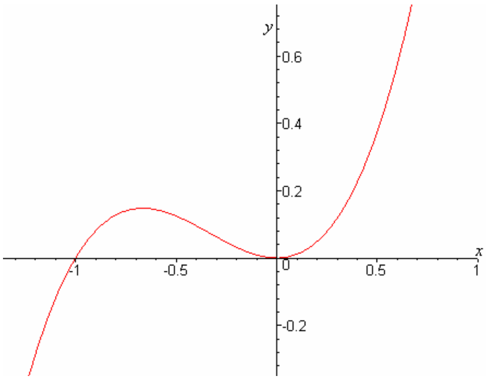
16. Bir kargo şirketinin taşınacak malın ağırlığına göre en yakın mesafe için belirlemiş olduğu taşıma ücretleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Ücretin ağırlığa bağlı fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Ağırlık	Ücret (YTL)
20 gr. kadar	0.5
21 – 50 gr.	0.75
51 – 100 gr.	1.00
101 – 200 gr.	1.75
201 – 350 gr.	2.25
351 – 500 gr.	2.50
501 – 1000 gr.	3.25
1001 – 2000 gr.	4.50
2001 – 3000 gr.	5.00

17. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir. Buna göre $f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz?



18. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir. Buna göre, $y = f(x + a)$ ve $y = a + f(x)$ fonksiyonlarının grafiğini çiziniz. ($0 < a < ½$)



19. $y = [\![\sin x]\!]$ grafiğini $x \in$ [-π, π] aralığında çiziniz.

20. Aşağıdaki iddiadaki hatalı düşünceyi açıklayınız ve hatanın nerede olduğunu belirtiniz.

3 > 2 olduğunu biliyoruz, bu durumda;

$$3\log\frac{1}{2} > 2\log\frac{1}{2} \Rightarrow \log\left(\frac{1}{2}\right)^3 > \log\left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 > \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{8} > \frac{1}{4} \Rightarrow 1 > 2$$

21. Aşağıdaki özdeşliklerin hangileri doğru, hangileri yanlıştır? (Yanlış olanların doğrusunu yazınız.)

a) $\dfrac{\log_c a}{\log_c b} = \log_c\left(\dfrac{a}{b}\right)$

b) $\log_c a + \log_c b = \log_c ab$

c) $\log_c(-a) = \dfrac{1}{\log_c a}$

d) $\dfrac{\log_c a}{\log_c b} = \log_c(a-b)$

e) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

f) $\left(c^b c^x\right)^2 = y \Rightarrow x = \log_c \sqrt{y} - b$

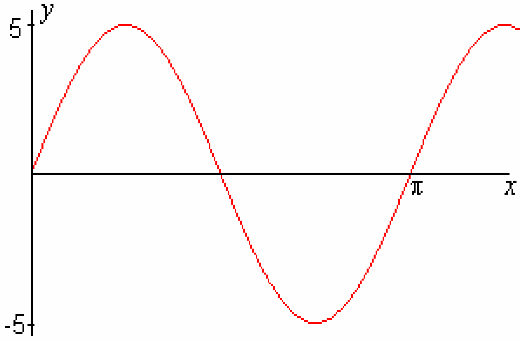
22. $a, b > 0$ iken, $y = a^x$ fonksiyonun grafiği ile $y = b^x$ fonksiyonunun grafiği arasında nasıl bir ilişki vardır? Bunu cebirsel olarak ispatlayabilir misiniz?

23. $f(x) = x^2 + 1$ ve $g(x) = \sqrt{x-1}$ olarak tanımlanıyor. $f(g(x))$ ve $g(f(x))$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

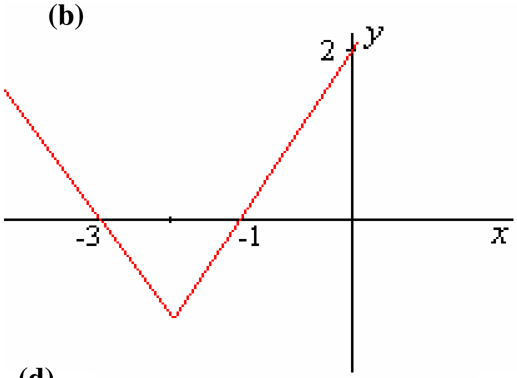
24. $\cos(|x|)$ ve $|\cos(x)|$ fonksiyonlarının grafiğini çiziniz.

25. Aşağıdaki grafiklerin muhtemel denklemlerini bulunuz.

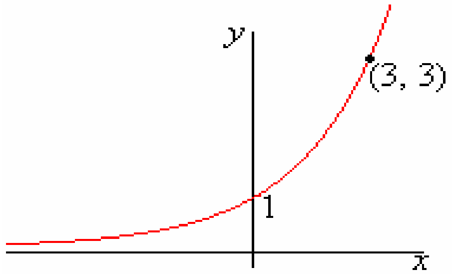
(a)



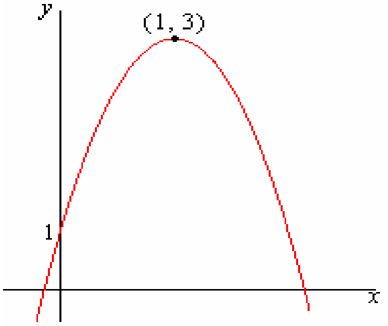
(b)



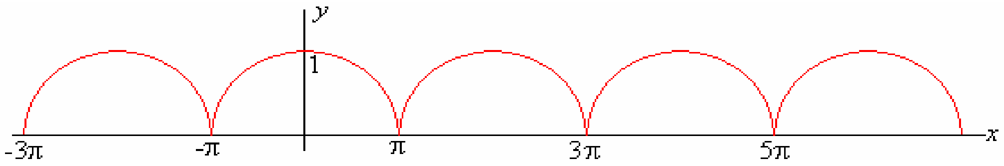
(c)



(d)



(e)



26. Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz

a) $y = 2\cos(x - \frac{\pi}{3})$ b) $y = \sqrt{|x|}$ c) $y = \dfrac{1}{x-1}$

27. $f(x) = \log(5x-2) + \arcsin\left(\dfrac{x}{2} - 1\right)$ fonksiyonunun tanım aralığını bulunuz

Hazır Bulunuşluk Testi Cevap Anahtarı ve Puanlama

1. $\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-9x} \leq 1 \;\Rightarrow\; \dfrac{x^2-3x-4}{x^2-9x} - 1 \leq 0 \;\Rightarrow\; \dfrac{x^2-3x-4-x^2+9x}{x^2-9x} \leq 0 \Rightarrow \dfrac{6x-4}{x^2-9x} \leq 0$

Son elde edilen eşitsizliğin çözümü için aşağıdaki tabloyu oluşturalım;

	-∞	0	2/3	9 ∞
$6x-4$	- - - - - - -	- - - - - - -	0 + + +	+ + + + + +
x^2-9x	+ + + + + 0	- - - - - - -	- - - -	0 + + + + +
$\dfrac{6x-4}{x^2-9x}$	- - - - - - -	+ + + + +	- - - -	+ + + + +

Tablodan da anlaşıldığı gibi eşitsizliğin çözüm kümesi **(-∞ , 0)** ∪ **[2/3 , 9)** reel sayı aralığıdır.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Derste benzer örnekler çözüldüğü için rutin bir prosedür uygulama sorgulanmaktadır. Bilinmeyen ile eşitsizliğin her iki tarafının çarpılmasındaki sakıncanın farkında olmak ve bulunan sonucun doğru bir şekilde ifade etmek.
Toplam Puan: Tam çözüm 10 Puan.
Kısmi Puan : Sadece doğru sonuca ulaşamayan her türlü doğru yöntem 5 puan.

2. a) 2'nin $\frac{1}{10}$ komşuluğu, 2'ye sağdan ve soldan 1/10'dan daha yakın olan sayılar demektir.
Bu durumda istenen küme $\left(2-\frac{1}{10}, 2+\frac{1}{10}\right)=\left(\frac{19}{10}, \frac{21}{10}\right)=(1.9, 2.1)$ kümesidir.

b) Komşuluk kümesi, mutlak değerin özelliğinden yararlanarak $\left\{x : |x-2|<\frac{1}{10},\ x\in IR\right\}$ şeklinde de yazılabilir.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Komşuluk kavramının tanımını hatırlamak ve tanımı özel duruma uygulamak
Toplam Puan: 10 Puan
Kısmi Puan : Her bir seçenek için 5'er puan.

3. Soruda bahsedilen tümevarımın ikinci hipotezidir. Yani bir doğruluk varsayımı altında elde edilen bir zincir vardır. Ancak n=1 ya da bir başlangıç noktası için önermenin doğruluğu tespit edilmemişse önermenin doğruluğundan söz edilemez.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Tümevarım ile ispat kavramının çalışma hipotezini kavramış olma ve n = 1 için önermenin doğruluğunun kontrol edilmediğini fark etme.
Toplam Puan: 10 puan
Kısmi Puan : Yok

4. Soruda verilen A = { $x \in$ IR : $|x^2-5|>4$ }kümesinin elemanları yazmak için $|x^2-5|>4$ eşitsizliğini çözmeliyiz.
$|x^2-5|>4 \Rightarrow \ x^2-5>4$ veya $x^2-5<-4 \Rightarrow x^2>9$ veya $x^2<1 \Rightarrow |x|>3$ veya $|x|<1$
$\Rightarrow$ x $\in$(-∞, -3) ∪ (3,∞) veya x ∈ (-1,1) $\Rightarrow$ A = (-∞, -3) ∪ (-1,1) ∪ (3,∞)

Hedeflenen bilişsel faaliyet: kümenin içinde verilen eşitsizliğin çözülmesini gerektiğini fark etmek, mutlak değerli eşitsizliğin ne anlama geldiğini anlamak ve elde edilen sonucu doğru bir şekilde ifade edebilmek.
Toplam puan: 15
Kısmi puan: kümenin elemanlarını bulmak için eşitsizliğin çözülmesine teşebbüs etme 5 puan, eşitsizliği doğru çözüp kümenin elemanlarını doğru bir şekilde gösterememe 10 puan.

5. **Denklem**, bir ya da daha çok bilinmeyen hakkında bir eşitlik tanımlar ve bilinmeyenin bazı değerleri için doğrudur. Örneğin; $2x+1=5$ bir denklemdir.
Özdeşlik ise bilinmeyenin her reel değeri için doğru olan denklemlerdir. Örneğin; $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ bir özdeşliktir.
Fonksiyon da özel bir denklemdir. Ancak en az iki bilinmeyen içerir, biri bağımlı diğeri bağımsız değişken olarak adlandırılır. Bağımsız değişken ile bağımlı değişken arasında bir bağıntı tanımlar. Bir bağımsız değişken için en yalnızca bir tane bağımlı değişken

tanımlanmış olmalıdır. Örneğin; $y = \cos x$ bir fonksiyondur, $y^2 + x^2 = 3$ bir denklemdir, fonksiyon değildir.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: ders içerisinde ima edilmiş de olsa tanımlanmamış kavramlar olduğundan öğrencilerin kullanımlarından yola çıkarak kendi cümleleri tanımlamaları yapmaları gerekir.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : Örneği ile birlikte her bir tanım 5'er, örnek veya tanımdan biri doğru ise 3'er puan

6. $\left|\frac{1}{x}-b\right|<\varepsilon \Rightarrow -\varepsilon<\frac{1}{x}-b<\varepsilon \Rightarrow -\varepsilon<\frac{1-bx}{x}<\varepsilon$ bu aşamadan sonra iki ihtimal vardır.

i) $x>0$ ise;

$$-\varepsilon x<1-bx<\varepsilon x \Rightarrow -\varepsilon x<1-bx \ \textit{ve} \ 1-bx<\varepsilon x \Rightarrow bx-\varepsilon x<1 \ \textit{ve} \ 1<bx+\varepsilon x$$

$x(b-\varepsilon)<1 \ \textit{ve} \ 1<x(b+\varepsilon) \Rightarrow x<\frac{1}{b-\varepsilon} \ \textit{ve} \ x>\frac{1}{b+\varepsilon}$ bu durumda b ve ε'nun alacağı değere göre ya çözüm yoktur ya da $\left(\frac{1}{b+\varepsilon},\frac{1}{b-\varepsilon}\right)$ çözüm kümesidir.

ii) $x < 0$ ise; benzer bir eşitsizlik yönlerine dikkat ederek benzer bir düzenleme yapılabilir.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Mutlak değerli bir eşitsizliği sembolik olarak kontrol altında tutabilme, bilinmeyenlerin alabileceği değerlere göre yapılan işlemlerin nasıl değişeceğini fark etme.
Toplam Puan: Çözümlerden birine doğru bir şekilde ulaşma 15 puan.
Kısmi Puan : Doğru çözüme yönelik doğru yöntemler 5 puan.

7. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri α ve β ise $ax^2 + bx + c = (x - \alpha)(x - \beta)$ şeklinde çarpanlarına ayrılabilir.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: ikinci derece denklemin çarpanlarına ayrılması ile kökleri arasındaki ilişkiyi uygulama
Toplam Puan:10
Kısmi Puan : Yok

8. $x^3 - x - 1$ ifadesinin x=1 ve x=2 için değerleri zıt işaretli ise bu iki nokta arasında $f(x)= x^3 - x - 1$ fonksiyonu x-eksenini keser anlamına gelir ve kökü vardır. $f(1) = -1$ ve $f(2) = 5$ olduğundan 1 ile 2 arasında kök vardır.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Fonksiyonun kökleri ile grafiği arasındaki ilişkiyi bilme ve uygulama.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : Doğru düşünce, işlem hatasından dolayı yanlış sonuç 5 puan.

9. $y = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow y = (x+2)^2 \Rightarrow \sqrt{y} = |x+2| \Rightarrow x = \sqrt{y}-2,\ x = -\sqrt{y}-2$ olarak aynı y için birden fazla x elde edilir. Bu da fonksiyonun tersinin bir fonksiyon olmadığını gösterir. Tersinin fonksiyon olması için fonksiyonun tanım kümesi $(-\infty,-2]$ ya da $[-2,\infty)$ olarak verilmeliydi.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: fonksiyonun tersini bulabilme ve fonksiyon tanımına uygun olup olmadığını anlama
Toplam Puan: 10 puan
Kısmi Puan : Tersini doğru bulup, tersinin fonksiyon olup olmadığı hakkında yanlış yargı 5 puan.

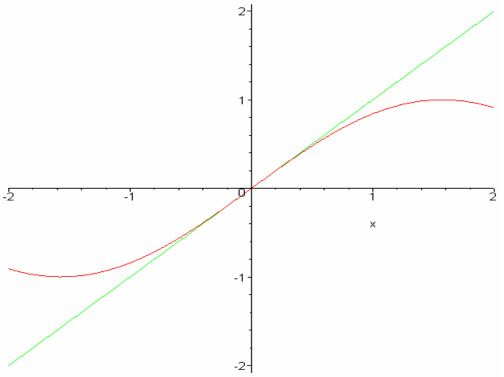
10. $f(0)=0$ olmalıdır. $a\neq 0$ olmak üzere $f(0)=a$ olsaydı, fonksiyonun tek olmasından dolayı fonksiyonun orijine göre simetrik olduğunu düşünerek $(0,a)\in f$ ise $(0,-a)\in f$ olurdu ki bu da fonksiyon tanımı ile çelişir. (bir fonksiyon orijine göre simetrik ise $(x,y)\in f$ ise $(-x,-y)\in f$ olur.)

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Tek fonksiyonun simetriklik durumunu bilme ve simetriklik ile fonksiyon tanımını sentezleyebilme.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : Yok.

11. $\sin x = k$ denkleminin çözümü $-1\leq k \leq 1$ için vardır,
$|\sin x| = k$ denkleminin çözümü $0\leq k \leq 1$ için vardır,
$\sin x = |k|$ denkleminin çözümü $-1\leq k \leq 1$ için vardır,
Genel bir değerlendirme yapılırsa $k \in [0,1]$ için üç denklemin de çözümü vardır.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: sinüs fonksiyonunun görüntü kümesini bilme
Toplam Puan: 10 Puan
Kısmi Puan : Yok.

12. Aşağıda $y=x$ ve $y=\sin x$ fonksiyonlarının grafikleri birlikte çizilmiştir. $\sin x = x$ eşitliğinin sağlanması demek her iki fonksiyonun grafiklerin kesişmesi demektir. Grafikten de görülebileceği gibi $x=0$'dan başka denklemin kökü yoktur. $\sin x \cong x$ olacak şekilde radyan cinsinden x değerleri ise 0'a yakın x değerleridir.



Hedeflenen bilişsel faaliyet: iki fonksiyonun eşitliğinden oluşturulmuş denklemler ile bu fonksiyonların grafikleri arasındaki ilişkiyi bilme ve uygulama, fonksiyonların grafiklerini aynı koordinat sistemi üzerine doğru bir şekilde çizebilme.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : Bazı doğru yorumlar ya da doğru bir grafik 5 puan.

13. $\sin x > 0$ ise $\sin x - \sin x = 2 \Rightarrow 0 = 2$ elde edilir ki bu da çözüm olmadığını gösterir.
$\sin x \leq 0$ ise yani $x \in [\pi+2k\pi , 2\pi+2k\pi]$, $k\in Z$ ise;

-2sin$x$ = 2 $\Rightarrow$ sin$x$ = -1 $\Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ çözümü 3 elde edilir. Bu çözüm de [π+2kπ , 2π+2kπ] aralığında yer aldığından denklemin çözümü olarak kabul edilebilir. Aksi olsaydı bu seçenekten de çözüm elde edilememiş olacaktı.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Mutlak değerin sinüs fonksiyonu üzerindeki etkisini doğru bir şekilde uygulayabilme, trigonometrik denklemlerin çözümünü periyodiklik ilkesine göre yazabilme.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : Mutlak değeri doğru açmak 5 puan, sadece sonuç yanlış ya da eksik ifade edilmiş ise 10 puan

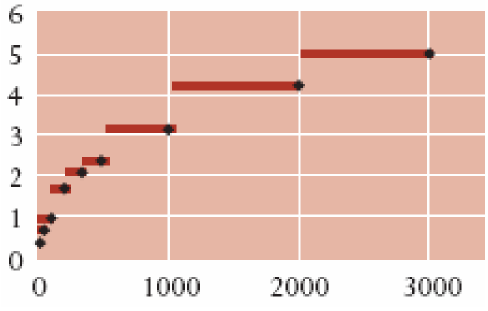
14. $\sin\frac{5\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{7\pi}{2} = 0$, $\tan\frac{7\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\sec\frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2}$

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Birim çemberden yararlanıp trigonometrik oranları bilinen dar açılardan yararlanarak bazı açıların trigonometrik karşılıklarını hesaplama.
Toplam Puan: 10 puan
Kısmi Puan : 1-2 doğru 5 puan, 3-4 doğru 10 puan

15. Doğru cevap "C" seçeneğidir.
Diğer seçeneklerde bir bağımsız değişken için birden fazla bağımlı değişken bulunmaktadır, bu durum ise fonksiyon tanımına aykırıdır.

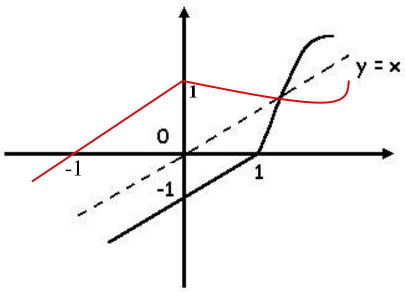
Hedeflenen bilişsel faaliyet: Fonksiyon tanımına uygun olan seçeneği tanıma ve gerekçesini açıklama
Toplam puan: 10 puan.
Kısmi puan: Sadece seçeneği belirtme 5 puan.

16. İstenen grafik aşağıdaki gibi tam değer fonksiyonunun grafiğine benzer olmalıdır.



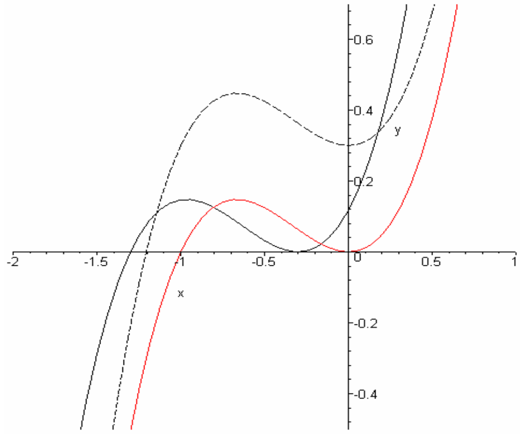
Hedeflenen bilişsel faaliyet: Verilen değerlerin fonksiyonu nasıl ifade ettiğini ve bağımsız değişken ile bağımlı değişkenin neler olduğunu anlamak.
Toplam Puan: 10 puan
Kısmi Puan : Yok

17. Bir fonksiyonun tersinin grafiği, fonksiyonun grafiğinin y=x eksenine göre simetriğidir. Dolayısı ile sorunun cevabı aşağıdaki gibi olacaktır.



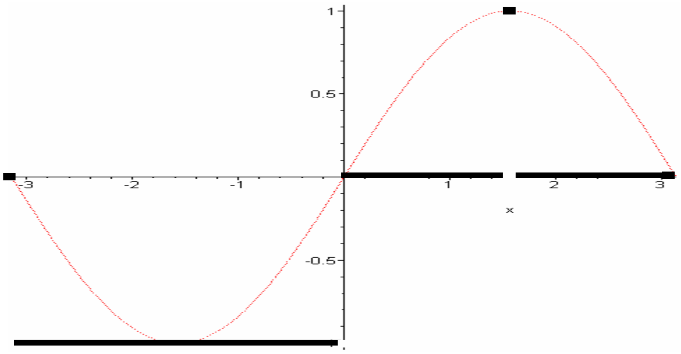
Hedeflenen bilişsel faaliyet: Bir fonksiyonun grafiği ile tersinin grafiği arasındaki geometrik ilişkiyi bilme ve kullanma.
Toplam Puan: 10 Puan
Kısmi Puan : Yok.

18. $y = f(x + a)$ grafiği $f(x)$'in grafiğinin a birim sola kaymış hali, $y = a + f(x)$ grafiği ise $f(x)$'in a birim yukarı kaymış halidir. Aşağıda sırasıyla düz ve kesikli çizgiler ile gösterilmiştir.



Hedeflenen bilişsel faaliyet: Fonksiyonun bağımsız değişkenine ya da bağımlı değişkenine pozitif bir sayı eklendiğinde yeni fonksiyonun grafiğinin konumunu tayin etme.
Toplam Puan: 10 puan
Kısmi Puan : Grafiklerden biri için 5 puan

19. İstenen grafik sin$x$ fonksiyonu üzerinde aşadaki gibi değişiklik yapılarak elde edilebilir.



Hedeflenen bilişsel faaliyet: Tam değer fonksiyonunun özelliğini uygulayabilme.
Toplam Puan: 10 puan
Kısmi Puan : Yok

20. 3>2 $\Rightarrow$ $3\log\frac{1}{2} > 2\log\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $\log\left(\frac{1}{2}\right)^3 > \log\left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 > \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{8} > \frac{1}{4} \Rightarrow 1 > 2$

Yukarıdaki gerektirme zinciri içerisinde 3>2 eşitsizliğinin her iki tarafının $\log\frac{1}{2}$ ile çarpılması hatalıdır. Çünkü $\log\frac{1}{2}$ negatif bir sayıdır ve eşitsizliğin negatif bir sayı ile çarpılması eşitsizliğin yönünün değiştirilmesini gerektirir. Böyle yapıldığında da 1>2 hatalı ifadesine ulaşılmaz.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Logaritma fonksiyonunun hangi değişkenler için negatif değerler aldığını fark etme ve negatif bir sayı ile eşitsizliğin çarpılması durumunda yön değişme ilkesini bilme ve uygulama

Toplam Puan: 10 Puan

Kısmi Puan : yanlış gerekçeler için puan yok.

21. Aşağıda özdeşliklerin kontrolü yapılmıştır.

a. $\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_c\left(\frac{a}{b}\right)$ $\rightarrow$ Yanlış, $\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_b a$ olmalıdır.

b. $\log_c a + \log_c b = \log_c ab$ $\rightarrow$ Doğru.

c. $\log_c(-a) = \frac{1}{\log_c a}$ $\rightarrow$ Yanlış, a≥0 ise $\log_c(-a)$ ifadesi tanımsızdır. a<0 ise $\log_c(-a)$ ifadesinin özel bir karşılığı yoktur

d. $\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_c(a-b)$ $\rightarrow$ Yanlış, karşılığı a şıkkında verilmiştir.

e. $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ $\rightarrow$ Doğru. Hiperbolik fonksiyonların karşılıkları yazılırsa doğru olduğu görülür.

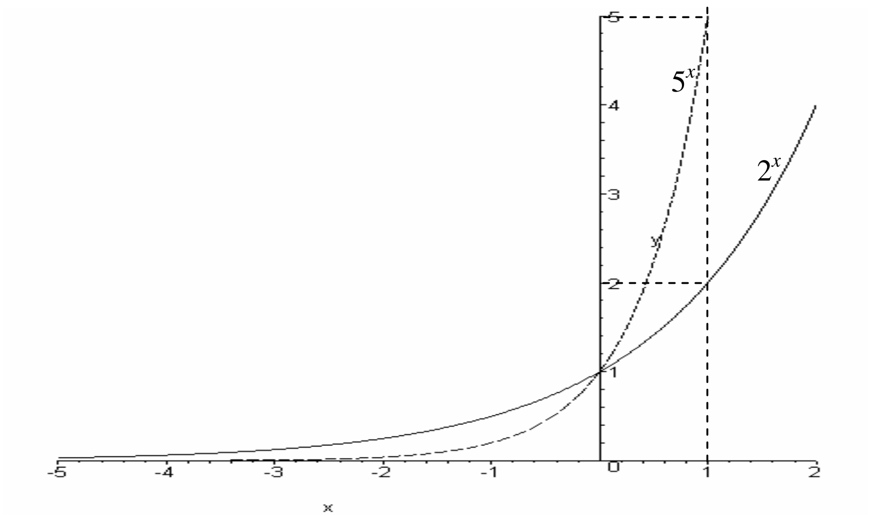
f. $\left(c^b c^x\right)^2 = y \Rightarrow x = \log_c \sqrt{y} - b$ $\rightarrow$ Doğru. Uygun logaritmik açılımlar ile doğru olduğu görülür.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Her bir seçenekte verilen fonksiyonun özelliğini bilme ve uygulama

Toplam Puan: 30 puan

Kısmi Puan : Her bir seçenek için 5'er puan.

22. Aşağıda pozitif *a* değerleri için bazı a^x fonksiyonlarının grafikleri görülmektedir. *a*=2 ve *a*=5 olsun;

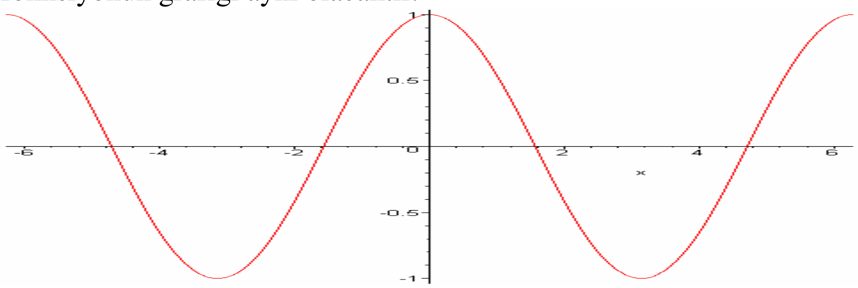


Grafikten de görüldüğü pozitif a değeri arttıkça grafiğin eğimi artmakta ve y eksenine yaklaşmaktadır. $a > b \Rightarrow a^x > b^x$ (x >0 ise) eğimin daha büyük olduğu cebirsel olarak görülebilir. Aynı durum $x < 0$ içinde cebirsel olarak incelenebilir.

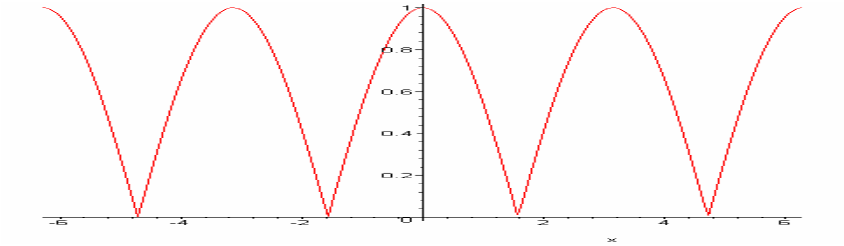
Hedeflenen bilişsel faaliyet: Üstel fonksiyonun grafiğini bilme, a ve b'nin farklı değerleri için ilgili üstel fonksiyonları koordinat sistemi üzerinde doğru bir şekilde gösterme. Sembolik olarak karşılaştırma yapabilme
Toplam Puan: 20 puan
Kısmi Puan : Grafik üzerinde doğru gösterim 10, uygun cebirsel açıklamalar 10 puan.

23. $f(x) = x^2 + 1$ ve $g(x) = \sqrt{x-1}$ ise $f(g(x)) = \left(\sqrt{x-1}\right)^2 + 1 = x - 1 + 1 = x$ ve $g(f(x)) = \sqrt{x^2 + 1 - 1} = \sqrt{x^2} = |x|$ fonksiyonları elde edilir. Bu fonksiyonların grafikleri ise açıktır.
Hedeflenen bilişsel faaliyet: Bileşke fonksiyon kavramını bilme ve uygulama bir sayının karesinin karekökünün nasıl ifade edilmesi gerektiğini kavrama ve uygun grafikleri çizme.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : Doğru bileşkeler 10, doğru grafikler 5 puan.

24. $\cos(|x|)$ ve $|\cos(x)|$ fonksiyonlarının grafiklerini [-2π,2π] aralığında çizelim.
cos$x$ fonksiyonu çift fonksiyon olduğundan $\cos(|x|)$ fonksiyonunun grafiği ile cos$x$ fonksiyonun grafiği aynı olacaktır.



$|\cos x|$ fonksiyonunun grafiği ise aşağıda görülmektedir

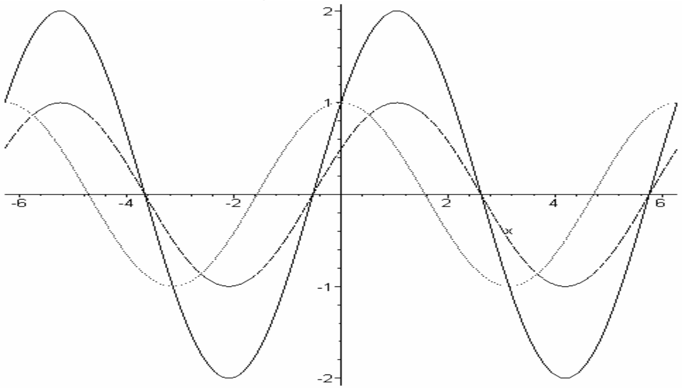


Hedeflenen bilişsel faaliyet: Bir fonksiyonun bağımlı değişkenin veya bağımsız değişkeninin mutlak değerinin alınmasının grafiğini nasıl etkilediğini kavrama ve uygulama.
Toplam Puan : 20 puan
Kısmi Puan : her bir grafik için 10'ar puan.

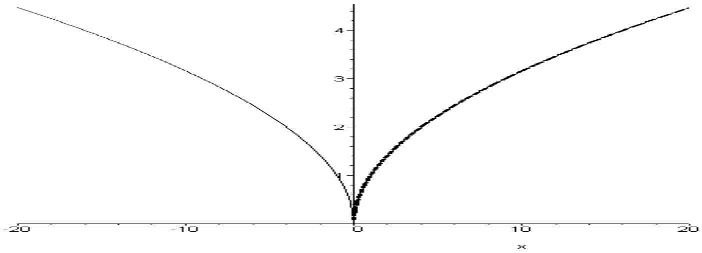
25. a seçeneğinin cevabı $y = 5\sin(2x)$
b seçeneğinin cevabı $y = |2(x+2)| - 2$
c seneğinin cevabı $y = 3^{x/3}$
d seçeneğinin cevabı y = $-2x^2 + 4x + 1$
e seçeneğinin cevabı $y = \left|\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right|$

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Her bir grafik eğrisinin temel olarak hangi fonksiyon çeşidine ait olduğunu anlama, eğri üzerindeki bazı noktalardan yararlanarak fonksiyonları elde etme.
Toplam Puan : 50 puan
Kısmi Puan : Her bir eğri için, fonksiyon çeşidini doğru yazılması 5, fonksiyonun tam olarak yazılması 5 olmak üzere 10'ar puan.

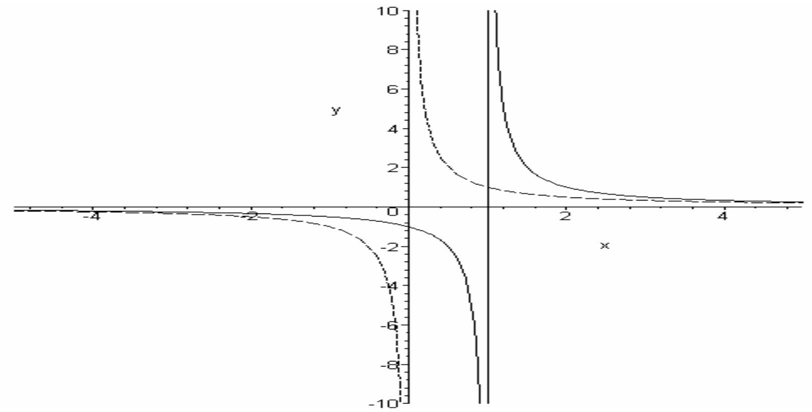
26. Aşağıda $\cos x$, $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, $2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ fonksiyonlarının grafikleri sırasıyla noktalı, kesikli ve düz olarak görülmektedir.



Aşağıda $\sqrt{x}$ *ve* $\sqrt{|x|}$ fonksiyonlarının grafikleri sırasıyla kesikli ve düz olarak görülmektedir.



Aşağıda $\frac{1}{x}$ *ve* $\frac{1}{x-1}$ fonksiyonlarının grafikleri sırasıyla kesikli ve düz olarak görülmektedir.



Hedeflenen bilişsel faaliyet: Fonksiyonun bağımsız değişkenine negatif sayı eklenmesi, bağımlı değişkeninin pozitif sayı ile çarpılması ve bağımsız değişkenin mutlak değerinin alınması hallerinde grafiğin nasıl değişeceğini kavrama ve tayin etme.
Toplam Puan: 30 puan.
Kısmi Puan : Her bir grafik 10 puan. Grafikler üzerinde yapılacak temel değişikliği doğru tayin edip uygulamayı hatalı yapma 5 puan.

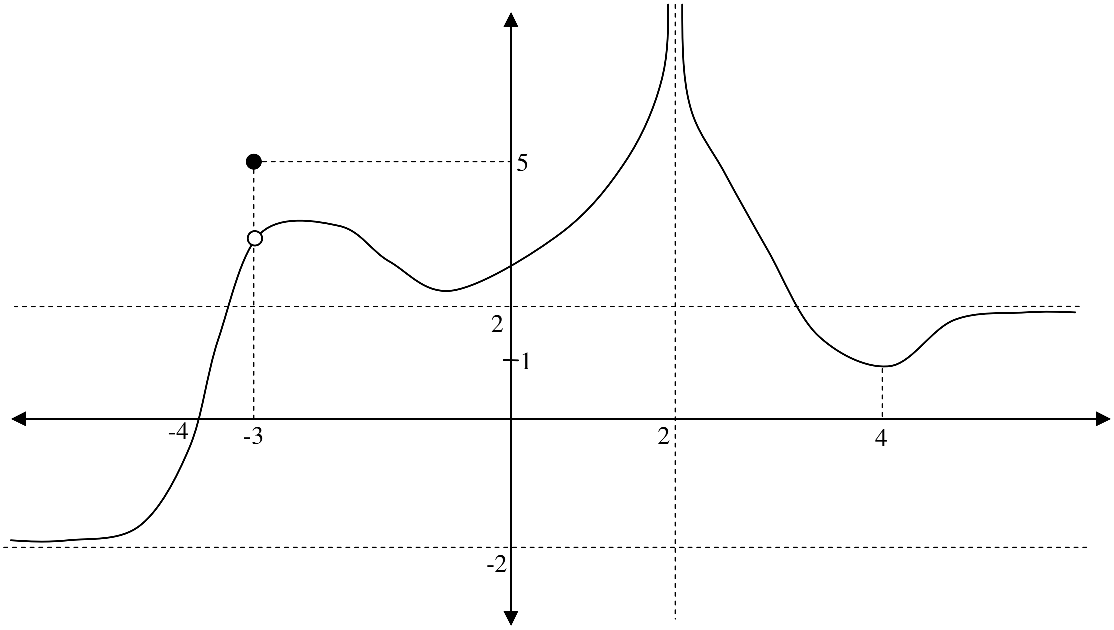
27. Logaritma fonksiyonu pozitif değişkenler için, ters trigonometrik fonksiyonlar ise mutlak değeri 1'den küçük değişkenler için tanımlıdır. Dolayısı ile fonksiyonun tanım kümesi $5x-2<0$ *ve* $\left|\frac{x}{2}-1\right|\leq 1$ eşitsizliklerinin kesişimi olacaktır. Rutin eşitsizlikler çözüldüğünde sonuç $\left(\frac{2}{5},4\right]$ aralığı olarak elde edilir.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: fonksiyonların tanım aralıklarını kavrama, eşitsizlikleri doğru çözme ve iki eşitsizliğin kesişiminin alınması gerektiğini fark etme.
Toplam Puan: 20 puan.
Kısmi Puan : logaritma ve ters trigonometrik fonksiyonun tanım kümesini doğru gösterene 5'er, eşitsizlikleri doğru çözüp ve kesişimini alana 10 puan

EK 5. SON-TEST

Aşağıdaki soruları cevaplarken yapacağınız açıklamalarda gerekirse küçük grafikler kullanabilirsiniz. Eğer tam sonucu hesaplamak için π, e gibi bazı özel sabitlere ihtiyacınız varsa veya sonuç tam olmayan bir sayı ise, sonucu sembolik olarak vermeniz yeterlidir.

1. Aşağıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre ilgili soruları cevaplayınız.



a) $f(x)$ fonksiyonunun sürekli olduğu aralığı yazınız. Fonksiyonun süreksiz olduğu noktalarda, niçin süreksiz olduğunu belirtiniz.

b) $f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesini yazınız.

c) $\lim_{x\to 5} [\![f(x)]\!] = ?$

d) $\lim_{x\to -4} \operatorname{sgn} f(x) = ?$

e) $\lim_{x\to 2} f(x) = ?$

f) $\lim_{x\to \infty} f(x) = ?$

g) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = ?$

2. **Komşuluk kavramını kullanarak** limitin tanımını yazınız ve bu tanımı kullanarak $\lim_{x\to a} f(x) = L$ olduğunu nasıl gösterebileceğinizi açıklayınız.

3. Kesit alanı 9 cm^2 olan bir motor silindiri yapılmak isteniyor. Bunun için en ideal kesit yarıçapının 3,385 cm olduğu hesaplanmıştır. Kesit alanında %1'lik bir değişikliğin motor performansını etkilemediği bilindiğine göre yarıçapın ideal değerden en fazla ne kadar sapmasına izin verebiliriz?

4. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{1}{x^2-4},\ \lim_{x\to 2^-}\frac{1}{x^2-4},\ \lim_{x\to -2^+}\frac{1}{x^2-4},\ \lim_{x\to -2^-}\frac{1}{x^2-4},\ \lim_{x\to \pi}\frac{\operatorname{sgn}(\cos x)}{[\![\sin x]\!]+2},\ \lim_{x\to 1^+}[\![1+x]\!]^{\ln(x-1)},$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left(1-x^3\right)\left(1-x\right)^2}{\tan^3\left(x-1\right)},\ \lim_{x\to\infty}\left(\log_2\sqrt{8x+1}+\log_{1/2}\sqrt{2x+5}\right)$$

5. $f(x) = 2x^2 + 3$ ve $\varepsilon>0$ olsun. Öyle bir δ bulunuz ki 0'ın δ komşuluğundaki her x için $f(x)$, 3'ün herhangi bir pozitif ε komşuluğunda olsun.

6. Herhangi bir $f(x)$ fonksiyonu ve $x=a$ reel sayısı için $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ limitinin geometrik olarak ne anlama geldiğini açıklayınız.
($x=a$ noktası yakınlarında herhangi bir $f(x)$ fonksiyonu çizip yukarıdaki limiti, üzerinde inceleyebilirsiniz)

7. Aşağıdaki teoremi ve ispatını inceledikten sonra ilgili sorulara cevap veriniz.

Teorem: $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$ ve $\lim\limits_{x\to a} g(x)=M$ ise $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)+g(x)\right)=L+M$ dir.

İspat:

Verilen her $\varepsilon>0$ için, $|x-a|<\delta$ iken $|f(x)+g(x)-(L+M)|<\varepsilon$ olacak şekilde bir pozitif δ sayısının bulmak istiyoruz.
……………………………………………………………………………………………………(I)

$|f(x)+g(x)-(L+M)|=\left|\left(f(x)-L\right)+\left(g(x)-M\right)\right|\le|f(x)-L|+|g(x)-M|$ dir.
………………. (II)

Ayrıca;

Verilen her $\varepsilon_1>0$ için, $|x-a|<\delta_1$ iken $|f(x)-L|<\varepsilon_1$ olacak şekilde bir pozitif δ_1 vardır…………………(III)

Verilen her $\varepsilon_2>0$ için, $|x-a|<\delta_2$ iken $|g(x)-M|<\varepsilon_2$ olacak şekilde bir pozitif δ_2 vardır………………..(IV)

$\delta=\min\{\delta_1, \delta_2\}$ seçerek (III) ve (IV) numaralı satırlarda δ_1 ve δ_2 yerine δ yazılabilir.
…………………………. (V)

Bu durumda, $|x-a|<\delta$ iken hem $|f(x)-L|<\varepsilon_1$ hem de $|g(x)-M|<\varepsilon_2$ eşitsizlikleri doğrudur………(VI)

Buradan bulduklarımızı (II) numaralı satırda yerine yazarsak;

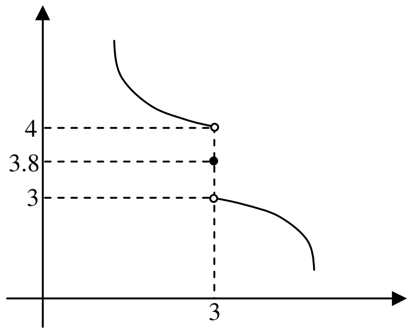
$|f(x)+g(x)-(L+M)|<\varepsilon_1+\varepsilon_2=\varepsilon$ etmiş oluruz……………………………………………………….. (VII)

Sonuç olarak, (I) numaralı satırda bahsedilen δ sayısını varlığını bildiğimiz δ_1 ve δ_2 sayılarının en küçüğünü seçerek bulmuş oluruz……………………………………………………………….. ………..
………..………..………..(VIII)

Bu da $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)+g(x)\right)=L+M$ olduğunu gösterir.

a) (I) numaralı satırda neden pozitif bir δ bulmak istiyoruz?
b) (II) numaralı satırda elde edilen eşitsizliğin gerekçesi nedir?
c) (III) ve (IV) numaralı satırda neden pozitif δ_1 ve δ_2 sayılarının varlığı iddia edilmiştir?
d) (V) numaralı satırda bahsedilen δ'nın niçin δ_1 ve δ_2 yerine kullanılabileceğini açıklayınız.

8. Aşağıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir;



$\lim_{x\to 3} f(x) \neq 4$, $\lim_{x\to 3} f(x) \neq 3.8$ ve $\lim_{x\to 3} f(x) \neq 3$ olduğunu limitin ε-δ tanımını kullanarak gösteriniz.

9. Limitin ε-δ tanımında bir revizyon yaparak $f(x)$ fonksiyonunun x=a noktasında sürekli olmasını tanımlayınız.
(Bu tanıma sürekliliğin ε-δ tanımı denir.)

10. n bir doğal sayı olmak üzere, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{(1+x)^n - 1}{x}, & x \neq 0 \\ k \quad , & x = 0 \end{cases}$ fonksiyonu tanımlanıyor. Bu fonksiyonun x=0 noktasında sürekli olması için k ne olmalıdır?
(İpucu: $a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$ olduğunu kullanabilirsiniz.)

11. 100 metre mesafeden hedefine doğru saldıran bir aslan önündeki yolun yarısını kat ettikten sonra tökezliyor ve her seferinde önündeki yolun yarısını kat edip tökezlemeye devam ediyor. Bu sakat aslanın hedefinin sabit olduğunu düşünürsek, aslanın bu hedefe varıp varamayacağını matematiksel olarak ispatlayınız.

SON-TEST Cevap Anahtarı ve Puanlama

1. **a)** $f(x)$ fonksiyonu x = -3 noktasında tanımlı ve limiti olmasına rağmen limiti ile tanımı eşit olmadığı için sürekli değildir. x = 2 noktasında ise tanımsız olduğundan sürekli değildir. Dolayısı ile fonksiyonun sürekli olduğu aralık (-∞, -3) ∪ (-3, 2) ∪ (2, ∞) dır.
b) Fonksiyon IR – {2} aralığı için tanımlıdır.
c) $\lim_{x\to 5} [\![f(x)]\!] = 1$
d) $\lim_{x\to -4^-} \operatorname{sgn} f(x) = -1$ *ve* $\lim_{x\to -4^+} \operatorname{sgn} f(x) = 1$ olduğundan limit yoktur.
e) $\lim_{x\to 2} f(x) = \infty$
f) $\lim_{x\to \infty} f(x) = 2$ **g)** $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -2$

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Bir fonksiyonun limiti, fonksiyonun verilen bir noktada sürekli olması ve tanım kümesi kavramlarını anlamış olmak ve bu kavramların geometrik olarak ne ifade ettiğini fark etmek. Bazı özel tanımlı fonksiyonların özelliklerini kavramak ve bu özellikleri limit kavramında kullanmak. **B** grubu sınıflandırmaya dahildir.
Toplam Puan: 40 Puan.
Kısmi Puan : Her seçenek 5 puan. 1a ve 1b var

2. Seçilen her ε>0 ve $0<|x-a|<\delta$ eşitsizliğini sağlayan x değişkenleri için $|f(x)-L|<\varepsilon$ olacak şekilde en az bir δ varsa $\lim_{x\to a} f(x)=L$ dir.

Verilen bir epsilon için deltanın bulunmasına dair aşağıdaki gibi bir akış şeması verebiliriz.

1. $|f(x)-L|<\varepsilon$ eşitsizliğinin çözüm kümelerinden birini bulunuz.

Bu eşitsizliğin çözüm kümesi, (a,b) gibi bir reel sayı aralığı veya (a,b) açık aralıklarının bileşimi olacaktır. "*Çözüm kümelerinden biri*"nden kastımız, bu açık aralıklardan birisidir.

2. x_o noktası (a,b) aralığının bir elemanı mı? Cevabınız "evet" ise 4 numaralı adıma, "hayır" ise 3 numaralı adıma başvurunuz.
3. $|f(x)-L|<\varepsilon$ eşitsizliğinin başka bir çözümü varsa bu çözüm için 2 numaralı adımı tekrarlayın, başka bir çözüm yoksa ve hala 2 numaralı adımda cevabınız "hayır" ise verilen ε için uygun bir δ bulunamamaktadır. Dolayısı ile verilen limit değeri yanlıştır.
4. Bu durumda x_o'ın öyle bir δ komşuluğu vardır ki, bu komşuluk (a,b) aralığı tarafından kapsanır. Yani, (a, b) aralığı içine gömülebilen x_o merkezli aralığın boyu δ'dır. δ, en fazla min{ $|x_0-a|,|x_0-b|$ } olacak şekilde seçilebilir.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Limitin ε-δ tanımını kendi cümleleri ile ifade edebilmek ve bu tanımın nasıl kullanılacağını açıklamak. **B** grubu sınıflandırmaya dahildir.
Toplam Puan: 15 Puan.
Kısmi Puan : Sadece tanım 5, açıklama 10 puan.

3. $|\pi r^2-9|<0.09$ olması için $|r-3.385|<\delta$ olacak şekilde bir delta bulmalıyız.

$|\pi r^2-9|<0.09 \Rightarrow -0.09<\pi r^2-9<0.09 \Rightarrow 8.01<\pi r^2<9.09$

$8.01<\pi r^2<9.09 \Rightarrow \frac{8.01}{\pi}<r^2<\frac{9.09}{\pi} \Rightarrow \sqrt{\frac{8.01}{\pi}}<r<\sqrt{\frac{9.09}{\pi}}$ olarak elde edilir.

3.385'in δ komşuluğundaki r değerleri aranmaktadır.

$\delta \le \min\left\{\left|3.385-\sqrt{\frac{8.01}{\pi}}\right|,\left|3.385-\sqrt{\frac{9.09}{\pi}}\right|\right\}$ olarak seçilebilir. Burada, δ istenen sapma miktarıdır.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Limitin formal tanımını kullanarak hedef değer araştırması yapması gerektiğini fark etme ve uygulama. Limitin ε-δ tanımını bir bağlam içinde fark edip kullanabilme durumu söz konusu olduğundan **C** grubu sınıflandırmaya dahil edilmiştir.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : İşlem hatasından dolayı hatalı sonuç çıkarsa 10 puan.

4. a, b, c ve d şıklarını cevaplandırmadan önce $\frac{1}{x^2-4}$ fonksiyonunun işaretini inceleyelim. Çünkü bu şıklarda pay sabit kalırken, payda sıfıra yaklaşmaktadır. Bu durumda paydanın sıfıra sağdan mı yoksa soldan mı yaklaştığını tespit etmeliyiz.

$\frac{1}{x^2-4}=\frac{1}{(x-2)(x+2)}$ ise;

	-∞		-2		2		∞
$(x-2)(x+2)$		+	O	-	O	+	
$\frac{1}{x^2-4}$		+		-		+	

Bu tabloya göre aşağıdaki soruları cevaplandıralım;

a. $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{1}{x^2-4}=\infty$ tablodan da görülebileceği gibi payda, 2'nin sağında pozitiftir.

b. $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{1}{x^2-4}=-\infty$ tablodan da görülebileceği gibi payda, 2'nin solunda negatiftir.

c. $\lim\limits_{x\to -2^+}\frac{1}{x^2-4}=-\infty$ tablodan da görülebileceği gibi payda, -2'nin sağında negatiftir.

d. $\lim\limits_{x\to -2^-}\frac{1}{x^2-4}=\infty$ tablodan da görülebileceği gibi payda, -2'nin solunda pozitiftir.

e. $\lim\limits_{x\to \pi^+}\frac{\operatorname{sgn}(\cos x)}{[\![\sin x]\!]+2}=\frac{-1}{-1+2}=-1$ ve $\lim\limits_{x\to \pi^-}\frac{\operatorname{sgn}(\cos x)}{[\![\sin x]\!]+2}=\frac{-1}{0+2}=\frac{-1}{2}$ olduğundan limit yoktur.

f. $\lim\limits_{x\to 1^+}[\![1+x]\!]^{\ln(x-1)}=2^{-\infty}=\frac{1}{2^{\infty}}=0$

g. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{(1-x^3)(1-x)^2}{\tan^3(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(1-x)(1+x+x^2)(1-x)^2}{\tan^3(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(1-x)^3(1+x+x^2)}{\tan^3(x-1)}$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(1-x)^3(1+x+x^2)}{\tan^3(x-1)}=\lim_{x\to 1}\left(\frac{-(x-1)}{\tan(x-1)}\right)^3\lim_{x\to 1}(1+x+x^2)=-3$$

h.
$$\lim_{x\to\infty}\left(\log_2\sqrt{8x+1}+\log_{1/2}\sqrt{2x+5}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\log_2\sqrt{8x+1}-\log_2\sqrt{2x+5}\right)=$$

$$\lim_{x\to\infty}\log_2\frac{\sqrt{8x+1}}{\sqrt{2x+5}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\log_2\frac{\sqrt{x(8+1/x)}}{\sqrt{x(2+5/x)}}=\lim_{x\to\infty}\log_2\frac{\cancel{\sqrt{x}}\sqrt{(8+1/x)}}{\cancel{\sqrt{x}}\sqrt{(2+5/x)}}=\log_2\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\log_2 2=1$$

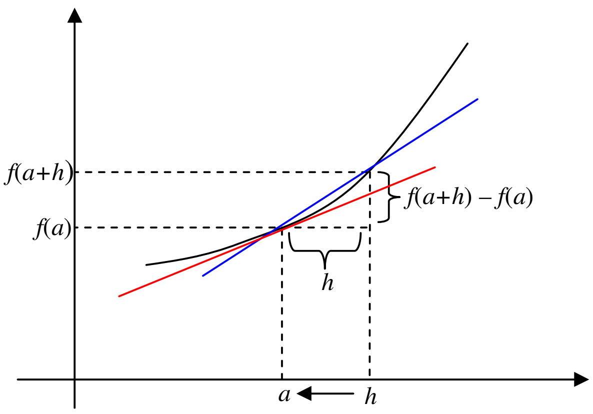
Hedeflenen bilişsel faaliyet: Limit alma işleminin cebirsel özelliklerinden yararlanarak fonksiyonların limitlerini hesaplayabilme. **A** grubu sınıflandırmaya dahil edilmiştir.
Toplam Puan: 48 puan
Kısmi Puan : a,b,c ve d seçenekleri 5'er olmak üzere toplam 20, e,f,g ve h seçenekleri 7'şer puan olmak üzere toplam 28 puan.

5. $\left|2x^2+3-3\right|<\varepsilon \Rightarrow -\varepsilon<2x^2<\varepsilon \Rightarrow \frac{-\varepsilon}{2}<x^2<\frac{\varepsilon}{2} \Rightarrow |x|<\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \Rightarrow -\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}<x<\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}$

Bu özelliği sağlayan x'ler arasından 0'ın δ komşuluğunda olacak şekilde bir komşuluk tespit etmek istiyoruz. Zaten $x \in \left(-\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}, \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}\right)$ olarak bulunmuştur ve 0 bu aralığın tam merkezindedir. Bu durumda $\delta \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}$ olarak seçilebilir.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Verilen cümlenin $\lim_{x\to 0} x^2+3=3$ ifadesini ispatlamak anlamına geldiğini fark etme ve limitin tanımını uygulama. **B** grubu sınıflandırmaya dahil edilmiştir.
Toplam Puan: 15 Puan.
Kısmi Puan : Basit bir işlem hatasından dolayı hatalı sonuç varsa 10 puan.

6. Bu limit, fonksiyonun $x=a$ noktasındaki teğetinin eğimini tanımlamaktadır.



Grafikten de görüldüğü gibi $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ oranı şekildeki mavi kirişin eğimidir.

$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ limiti tam a noktasındaki kırmızı teğetin eğimi olacaktır.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Geometrik bir bağlamda limite anlam yükleyebilme. Cebirsel olarak verilen bir durumu grafiğe aktarıp yorumlayabilme. **C** grubu sınıflandırmaya dahil edilmiştir.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : Açıklamanın doğruya yakın olmasına göre kısmi puanlar verilebilir.

7. **a)** $f(x) + g(x)$ değerini $L+M$'nin ε komşuluğunda kalmasını sağlamak için x'in, a'nın δ komşuluğunda kalması gerekmektedir. Bu pozitif δ değerini aramamız gerekiyor. Limitin ε-δ tanımında bahsedilen δ aranmaktadır da diyebiliriz
b) II numaralı eşitsizlik üçgen eşitsizliği kullanılarak yazılmıştır.
c) $\lim_{x\to a} f(x) = L$ ve $\lim_{x\to a} g(x) = M$ olduğundan bu $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları için limitin ε-δ tanımında bahsedilen δ mevcuttur. Burada sırasıyla δ_1 ve δ_2 olarak isimlendirilmiştir.
d) hem III hem de IV numaralı satırlarda bahsedilen $|f(x)-L| < \varepsilon_1$ ve $|g(x)-M| < \varepsilon_2$ eşitsizliklerinin aynı anda sağlanmasını istiyoruz. Bu iki eşitsizlik a değerinin iki farklı komşuluğunda sağlanmaktadır. İki eşitsizliğin de aynı anda sağlanması için a'nın küçük olan komşuluğunu tercih etmeliyiz.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Limit ile ilgili matematiksel terminolojiyi tanıma ve anlamlarını açıklayabilme. Cebirsel olarak yapılan bir ispatın gerekçelerini açıklayabilme. **C** grubu sınıflandırmaya dâhil edilmiştir.
Toplam Puan: 24 puan
Kısmi Puan : Her seçenek 6'şar puan.

8. Her üç limit için de ε<0.2 seçilirse limitin tanımında bahsedilen uygun δ bulunamamaktadır.
Grafiği inceleyerek aşağıdakilerin doğruluğunu görebilirsiniz.
i) limitin 4 olduğunu düşünürsek; $|f(x)-4| < 0.2$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $\left(f^{-1}(4.2), 3\right)$
ii) limitin 3.8 olduğunu düşünürsek; $|f(x)-3.8| < 0.2$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $\{3\}$
iii)limitin 3 olduğunu düşünürsek; $|f(x)-3| < 0.2$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $\left(3, f^{-1}(2.8)\right)$
olarak bulunmaktadır. Her üç çözüm kümesi de 3 merkezli pozitif δ yarıçaplı bir aralık içeremez.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Limitin ε-δ tanımı yardımı ile verilen bir limitin doğru olmadığını bulmak. Özel bir pozitif ε için uygun δ'nın bulunamayacağı gösterilmelidir. **B** grubu sınıflandırmaya dâhil edilmiştir.
Toplam Puan: 15 Puan.
Kısmi Puan : Uygun ε değerini bulan fakat yeterli açıklamayı yapmayanlara10 puan.

9. Bir $x=a$ noktasında fonksiyonun sürekli olabilmesi için hem bu noktadaki limiti hem de fonksiyon değeri aynı olmalıdır. dolayısı ile limitin tanımında L yerine $f(a)$ yazarsak sürekliliğin tanımını elde etmiş oluruz.
Seçilen her ε>0 ve $0 < |x-a| < \delta$ eşitsizliğini sağlayan x değişkenleri için $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ olacak şekilde en az bir δ varsa $f(x)$ fonksiyonu $x=a$ noktasında süreklidir.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: $\lim_{x\to a} f(x) = L = f(a)$ şeklinde süreklilik tanımı ile limitin ε-δ tanımı arasındaki ilişkiyi kurmak. **B** grubu sınıflandırmaya dahil edilmiştir.
Toplam Puan: 10 Puan.
Kısmi Puan : Yok.

10. $\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$ olmasını sağlamalıyız. Fonksiyonun tanımında görülebileceği gibi 0'ın sağında ve solunda fonksiyon aynı kural ile tanımlanmıştır. Dolayısı ile

$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^n - 1}{x} = f(0) = k$ olacak şekilde k değerini hesaplayabiliriz.

$k = \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{(1+x-1)}\left((1+x)^{n-1} + (1+x)^{n-2} + \cdots + (1+x) + 1\right)}{\cancel{x}} = n+1$ olduğu görülebilir

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Sürekliliğin ne anlama geldiğini bilme ve uygulama. Verilen bilgiyi kullanma. **A** grubu sınıflandırmaya dahil edilmiştir.
Toplam Puan: 15 puan
Kısmi Puan : Kavramsal hazırlık 8, işlem kısmı 7 puan.

11. Aslanın, bu tökezleme işlemi ne kadar devam ederse etsin alacağı toplam yol:

$100\frac{1}{2} + 100\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 100\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 100\left(\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots$ formülü yardımı ile bulunur.

Yukarıdaki toplam yol 100 metre ise matematiksel olarak aslan hedefine varmıştır.

Bu toplam yol ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\lim_{n\to\infty} 100\frac{1}{2} + 100\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 100\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 100\left(\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + 100\left(\frac{1}{2}\right)^n =$$

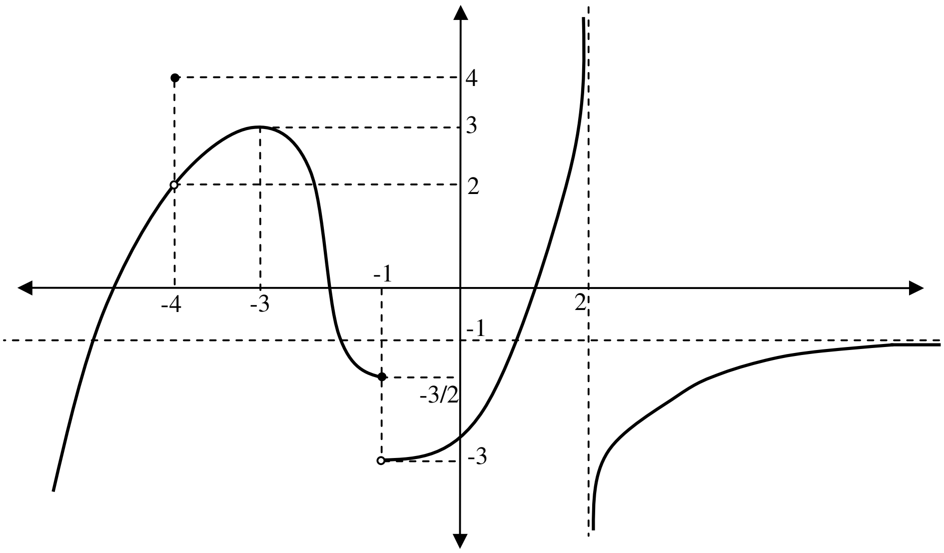
$$100\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$100\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right) = 50\lim_{n\to\infty} \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} = 100$ olduğundan aslan hedefine ulaşmıştır.

Hedeflenen bilişsel faaliyet: Limit kavramını bir bağlam içinde tanıyabilme ve uygun limiti aldıktan sonra problemin çözümü için doğru bir yorum yapabilme. **C** grubu sınıflandırmayı yansıtmaktadır.
Toplam Puan: 15 Puan.
Kısmi Puan : Sonucu doğru bulan 10, doğru yorumlayan 5 puan.

EK 6. Kalıcılık Testi ve Cevap Anahtarı

1. Aşağıda bir $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun grafiğini kullanarak ilgili soruları cevaplayınız.



a) $\lim\limits_{x\to -4} f(x) = 2$, $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -1^{+}} f(x) = 3 \\ \lim\limits_{x\to -1^{-}} f(x) = \dfrac{-3}{2}\end{array}\right\}$ olduğundan limit yoktur,

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2^{+}} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 2^{-}} f(x) = \infty\end{array}\right\}$ olduğundan limit yoktur, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -1$

b) $f(x)$ fonksiyonunun türevinin sıfır değerini aldığı x noktası -3'tür çünkü bir $x=a$ noktasındaki türev, bu noktadaki fonksiyona çizilen teğetin eğimi demektir ve bu fonksiyona x = -3 noktasında çizilen teğet, x eksenine paraleldir yani eğimi sıfırdır.

c) $f(x)$'in sürekli olduğu yerlerde, $f(x)$'in sıfır değerini aldığı noktalar

hariç, $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ süreklidir. Bu bilgiyi kullanarak, $f(x)$'in x eksenini kestiği

noktaları sayarak, $g(x)$'in sürekli olmadığı 3 noktayı tespit etmiş oluruz.

Ayrıca, $f(x)$'in zaten süreksiz olduğu, -4, -1 ve 2 noktalarını da incelemeliyiz.

$$\lim_{x\to-4} g(x)=\lim_{x\to-4}\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{2}\neq g(-4)=\frac{1}{f(-4)}=\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to-1^+} g(x)=\lim_{x\to-1^+}\frac{1}{f(x)}=\frac{-1}{3}\neq \lim_{x\to-1^-} g(x)=\lim_{x\to-1^-}\frac{1}{f(x)}=\frac{-2}{3}$$

$g(2)=\dfrac{1}{f(2)}$ tanımsız olduğundan bu 3 noktada da $g(x)$ sürekli değildir.

Sonuç olarak, $g(x)$ fonksiyonu toplam 6 noktada sürekli değildir.

d) x = -4 noktasında limiti ile tanımı eşit olmadığından, x = -1 noktasında limiti olmadığından, x=2 noktasında tanımsız olduğundan $f(x)$ sürekli değildir.

2. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

a) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1-\cos 2x}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{1-\left(1-2\sin^2 x\right)}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{2\sin^2 x}{x^3}=\lim_{x\to0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2\frac{2}{x}=1\lim_{x\to0}\frac{2}{x}$ elde

edilir. Bu limit ise yoktur.

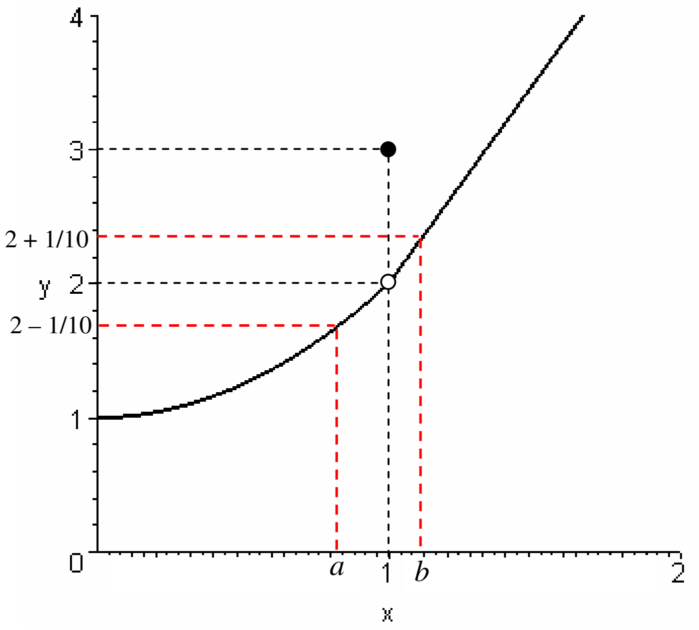
b) $$\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-8x+1}+x+4\right)\left(\sqrt{x^2-8x+1}-(x+4)\right)}{\left(\sqrt{x^2-8x+1}-(x+4)\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\left|x^2-8x+1\right|-(x+4)^2\right)}{\left(\sqrt{x^2-8x+1}-(x+4)\right)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\left|x^2-8x+1\right|-(x+4)^2\right)}{\left(\sqrt{x^2-8x+1}-(x+4)\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\cancel{x^2}-8x+1-\cancel{x^2}-8x-16\right)}{\left(|x|\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-\left(1+\frac{4}{x}\right)\right)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\cancel{-x}\left(16+\frac{15}{x}\right)}{\cancel{-x}\left(\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\left(1+\frac{4}{x}\right)\right)}=\frac{16}{2}=8$$

c) $$\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-3x+2}{x^3-4x}=\lim_{x\to2^+}\frac{(x-2)(x-1)}{x(x^2-4)}=\lim_{x\to2^+}\frac{(x-1)}{x(x+2)}=\frac{1}{8}$$

3. $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & , \ x<1 \\ 2 & , \ x=1 \\ 3x-1 & , \ x>1 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor. $f(x)$'in 2'nin en fazla $\frac{1}{10}$ br yakınında kalmasını sağlamak için, x bağımsız değişkenleri 1'in kaç br komşuluğunda olmalıdır? Grafik çizerek çözünüz.



Şekilden de görüldüğü gibi, $|f(x)-2|<\frac{1}{10}$

Eşitsizliğinin çözüm kümesi (a, b) aralığıdır.

a değerini bulmak için;

$a^2+1=2-\frac{1}{10}$ denklemini çözmeliyiz.

$$a^2+1=\frac{19}{10} \Rightarrow a^2=\frac{19}{10}-1 \Rightarrow$$

$$a^2=\frac{9}{10} \Rightarrow a=\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

b değerini bulmak için;

$3b-1=2+\frac{1}{10}$ denklemini çözmeliyiz.

$$3b-1=2+\frac{1}{10} \Rightarrow 3b=1+\frac{21}{10} \Rightarrow$$

$$b=\frac{31}{30}$$

1'in δ komşuluğunu ifade eden δ değeri ise $\min\left\{\left|1-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right|,\left|1-\frac{31}{30}\right|\right\}=\min\left\{\frac{3\sqrt{10}-10}{10},\frac{1}{30}\right\}$ değeridir. Sonuç olarak grafikten de fark edilebildiği gibi $\delta=\frac{1}{30}$ dur.

Bu çözümden elde ettiğimiz değer $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2$ olduğunu ispatlamaya yeterli midir? Açıklayınız.

Bu çözümde, $\varepsilon = \dfrac{1}{10}$ için bir δ değerinin bulunabilmesi $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$ olduğunu ispatlamış olmaz. Her pozitif ε değeri için en az bir δ bulunabildiğini ispatlamalıyız.

4. Bir formula-1 aracının zamana (sn) bağlı aldığı yol $\boldsymbol{f(x) = \cos^2(x)}$ fonksiyonu ile tanımlanmıştır. Bu aracın hız göstergesinin, hareketin başladığı andan 10 sn sonra gösterdiği değeri bulmak için yapılması gerekenleri açıklayınız ve bu değeri bulunuz. (Not: Bu problemi çözerken türev alma kurallarından yararlanmayınız. Gerekirse aşağıdaki özdeşlikleri kullanabilirsiniz.)

$$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \qquad \sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \qquad \sin a - \sin b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

Değişken (x,$f(x)$) noktası ile (10, $f(10)$) noktasını birleştiren doğrunun eğimini veren ifadede x değişkenini 10'a yaklaştırarak limit almalıyız;

$$\lim_{x\to 10}\frac{\cos^2 x - \cos 10}{x-10} = \lim_{x\to 10}\frac{(\cos x - \cos 10)(\cos x + \cos 10)}{x-10} =$$

$$\lim_{x\to 10}\frac{-2\sin\left(\dfrac{x-10}{2}\right)\sin\left(\dfrac{x+10}{2}\right)(\cos x + \cos 10)}{x-10}$$

$$\lim_{x\to 10}\frac{-\sin\left(\dfrac{x-10}{2}\right)}{\dfrac{x-10}{2}}\sin\left(\frac{x+10}{2}\right)(\cos x + \cos 10) = -2\sin 10\cos 10$$

5. Aşağıdaki tanımları tamamlayınız; (Bu soruyu sorunun üzerinde cevaplandırınız)

a) $f(x)$, x=a noktasında tanımlı olması gerekmeyen bir fonksiyon olsun, $\forall\ \varepsilon > 0$ için $0 < x - a < \delta$ olacak şekilde $|f(x) - L| < \varepsilon$ olmasını sağlayan en az bir pozitif δ sayısı varsa, $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = L$ dir.

b) $f(x)$, en azından pozitif reel sayılar için tanımlı bir fonksiyon olsun, verilen her pozitif ε sayısı için tanım kümesindeki bir x_0 bağımsız değişkeninden büyük her x bağımsız değişkeninin görüntüsü sonlu bir L sayısının ε komşuluğunda kalacak şekilde en az bir x_0 bağımsız değişkeni varsa, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = L$ dir.

EK 7. TUTUM ÖLÇEĞİ

Arkadaşlar;

Aşağıda matematik ile ilgili tutumlarınızı belirteceğiniz bir ölçek hazırlanmıştır. Tutum cümlelerini dikkatlice okuyarak belirtilen ifadeye ne derece katıldığınızı bütün samimiyetinizle işaretleyiniz.

Öğr. Grv. Tolga KABACA

Madde No	Tutum Cümleleri	Tamamen katılıyorum	Katılıyorum	Kısmen katılıyorum	Katılmıyorum	Kesinlikle katılmıyorum
1	Matematik alanında çalışmayı isterim.	☐	☐	☐	☐	☐
2	Matematiği günlük hayatta birçok biçimde kullanacağım.	☐	☐	☐	☐	☐
3	Matematik çalışmak sinirimi bozar.	☐	☐	☐	☐	☐
4	Matematikte yeni bir problemi çözmeye çalışırken kendimi iyi hissederim.	☐	☐	☐	☐	☐
5	Matematik problemleri çözmek bana çekici gelmiyor.	☐	☐	☐	☐	☐
6	Matematik öğrenmek zaman kaybıdır.	☐	☐	☐	☐	☐
7	Matematik çalışmanın zevkli olduğunu düşünüyorum.	☐	☐	☐	☐	☐
8	Matematik bilgi edinmeye değer.	☐	☐	☐	☐	☐
9	Matematiğe karşı saldırgan ve düşmanca duygular besliyorum.	☐	☐	☐	☐	☐
10	Gelecekteki çalışmalarım için Matematikte ustalaşmam gerekir.	☐	☐	☐	☐	☐
11	Matematik alanında iyi olabilecek biri değilim.	☐	☐	☐	☐	☐
12	Bir matematik dersinde hemen çözemediğim bir soru olduğunda cevabı bulana kadar vazgeçmem.	☐	☐	☐	☐	☐
13	Günlük hayatımda matematiği çok az kullanacağımı tahmin ediyorum.	☐	☐	☐	☐	☐
14	Matematik kendimi rahatsız hissetmeme neden oluyor.	☐	☐	☐	☐	☐
15	Bazı insanların matematikle bu kadar zaman geçirdiklerini ve bundan hoşlandıklarını anlamıyorum.	☐	☐	☐	☐	☐
16	Matematik dersinde huzurlu olurum.	☐	☐	☐	☐	☐
17	Matematik çalışmaya bir kez başlayınca bırakmak benim için zor oluyor.	☐	☐	☐	☐	☐
18	Matematik bilmek, iş bulma olanaklarımı arttıracak.	☐	☐	☐	☐	☐
19	Matematik çalışmayı düşündüğümde canım sıkılıyor.	☐	☐	☐	☐	☐
20	Matematik dersinden iyi notlar alabilirim.	☐	☐	☐	☐	☐
21	Problemleri matematik kullanarak çözmek hoşuma gidiyor.	☐	☐	☐	☐	☐
22	Matematik dersinde problem çözülmeden bırakılırsa, sonradan üzerinde düşünmeye devam ederim.	☐	☐	☐	☐	☐
23	Matematik derslerinde başarılı olmak benim için önemlidir.	☐	☐	☐	☐	☐
24	Matematik beni huzursuz ediyor ve aklımı karıştırıyor.	☐	☐	☐	☐	☐
25	Başkalarıyla matematik konusunda konuşmaktan hoşlanmam.	☐	☐	☐	☐	☐
26	Matematik meslek hayatımda benim için önemli olmayacak.	☐	☐	☐	☐	☐

EK 8. UYGULAMA GÖRÜŞLERİ ANKETİ

Bu anket sizlerle 1 ay boyunca işlediğimiz dersimizi değerlendirmeniz için hazırlanmıştır. Yazılı görüşlere katılma durumunuzu 1 ile 5 arasında puanlandırınız. Tamamen katılmadığınız görüşe 1 puan, kesinlikle katıldığınız görüşe 5 puan veriniz.

Teşekkürler

Görüşler	1	2	3	4	5
A-Öğretimde Maple Programının Kullanımı;					
1-Daha fazla uygulama şansı tanıması sayesinde öğrencilerin daha iyi birer matematik kullanıcısı olmasına sebep olur.					
2-Okul matematiğini çalışma alanlarındaki matematiğe daha benzer hale getirir.					
3-Kavramsal anlamaya odaklanarak, öğrencilere daha derin bir öğrenme imkânı tanır.					
4-Kuralların ezberlenmesinin önemini ortadan kaldırarak, matematiğin prosedürel görünümünü azaltır.					
5-Matematiğin güncel teknoloji ile bağlantılı kalmasını sağlar					
6-Cebirsel becerisi düşük olan öğrencileri takviye eder.					
7-Öğrencilerin matematiksel keşifler yapmasına daha fazla imkân tanır.					
8-Grafikler, tablolar ve cebir arasında basit bağlantılar kurulabilmesini sağlar					
9-Yeni konulara ve uygulamalara zaman ayrılmasını sağlar					
10-Gerçek hayat problemleri ile fazla zorlanmadan uğraşılmasını sağlar					
11-Müfredattaki rutin prosedürleri en aza indirger					
12-Öğretmenler için, konu başlıklarını ve öğretilecek kavramları tanıtmak adına daha fazla imkân sağlar.					
13-Öğrencilerin problemleri çözmek için daha çeşitli problem çözme stratejileri kullanmalarına inkan tanır.					
14-Keşfetme ve işbirliği çalışmaları gibi pozitif öğrenme stratejilerinin kullanımını teşvik eder.					
15-Prosedürlerin öğreniminden önce kavramsal gelişimin gerçekleşmesine imkân tanır.					
16-Öğrencilerin matematiksel yapıyı anlamalarını artırır.					
17-Öğrencilerin kendi yaptıklarını kontrol edebilmelerini sağlar.					
B-Bilgisayar Kullanımı ile ilgili görüşleriniz;					
1-Derste bilgisayar kullanılarak yapılan sunumlar etkileyici idi.					
2-Derste bilgisayar kullanılarak yapılan sunumlar eğitici idi.					
3-Bilgisayar sunumları sayesinde matematik ile ilgili görüşlerim olumlu olarak değişti.					
4-Diğer derslerde de yeri geldikçe bilgisayar uygulamaları yapılsa iyi olur.					
5-Maple programı, en azından ders için etkinlikler yapılması amacı ile rahatlıkla öğrenilebilir.					
6-Ders harici zamanlarda mümkün olduğunca maple programından faydalandım.					
C- Ders anlatımı ile ilgili görüşleriniz;					
1-Verilen konuları arkadaşlarımla grup olarak yeterli düzeyde çalıştığıma inanıyorum.					
2-Hocamızın bizi yönlendirdiği kavramları, öncelikle kendimizin keşfetmeye çalışması heyecan vericiydi.					
3-Diğer derslerimizde de bu şekilde keşfetme çalışmaları yapmak isterim.					
4-Verilen konuları tek başıma yeterli düzeyde çalıştığıma inanıyorum.					
5-Hocamızın, ders anlatımı sırasında genelde yapıldığı gibi teorem, tanım ve çeşitli açıklamaları direk olarak bize vermesini tercih ederdim.					
6-Arkadaşlarımla grup olarak veya tek başıma yapmış olduğum çalışmalarım neticesinde de derste ulaştığımıza benzer kavramsal sonuçlara ulaştım.					

EK 9. İSTATİSTİKLER AİT SPSS TABLOLARI

Araştırma boyunca elde edilen sayısal verilerin analizinde kullanılan istatistik testlerinin SPSS programının verdiği şekli ile orijinal tabloları aşağıda sunulmuştur.

TUTUM ÖLÇEĞİNİN GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	111	86,7
	Excluded(a)	17	13,3
	Total	128	100,0

a Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Cronbach's Alpha	N of Items
,934	26

Item Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
s3	4,4775	,92291	111
s4	3,4595	1,06842	111
s5	4,1081	1,05616	111
s6	4,0631	,87676	111
s7	4,2252	,90136	111
s8	4,6847	,72591	111
s10	4,2613	,88124	111
s11	4,4144	,83632	111
s12	4,6486	,70902	111
s13	4,3604	,89232	111
s14	4,2613	,80579	111
s15	3,7658	,98123	111
s16	3,5225	1,16656	111
s17	4,3333	1,02986	111
s19	4,1441	,96150	111
s20	3,8018	1,01641	111
s21	3,2793	1,09686	111
s22	4,2342	,91408	111
s23	4,0450	,93796	111
s24	4,1712	,76127	111
s25	4,3243	,71557	111
s27	3,7117	,96660	111
s28	4,3874	,76481	111
s29	4,3333	,84567	111
s31	4,0631	,92716	111
s32	4,5135	,94258	111

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
s3	103,1171	199,541	,584	,931
s4	104,1351	198,354	,535	,932
s5	103,4865	198,779	,528	,932
s6	103,5315	199,797	,607	,931
s7	103,3694	199,235	,611	,931
s8	102,9099	205,046	,483	,933
s10	103,3333	196,806	,729	,929
s11	103,1802	201,404	,569	,932
s12	102,9459	201,197	,691	,930
s13	103,2342	200,272	,576	,932
s14	103,3333	202,442	,546	,932
s15	103,8288	200,234	,519	,932
s16	104,0721	197,195	,520	,933
s17	103,2613	198,140	,566	,932
s19	103,4505	199,159	,572	,932
s20	103,7928	195,857	,658	,930
s21	104,3153	196,036	,598	,931
s22	103,3604	201,633	,506	,932
s23	103,5495	196,104	,709	,930
s24	103,4234	205,574	,433	,933
s25	103,2703	201,544	,667	,931
s27	103,8829	200,523	,517	,932
s28	103,2072	201,729	,612	,931
s29	103,2613	198,977	,667	,930
s31	103,5315	200,397	,547	,932
s32	103,0811	200,566	,530	,932

Scale Statistics

Mean	Variance	Std. Deviation	N of Items
107,5946	215,607	14,68356	26

TUTUM ÖLÇEĞİNİN FAKTÖR ANALİZİ

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,872
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	1557,354
	df	325
	Sig.	,000

Communalities

	Initial	Extraction
s3	1,000	,657
s4	1,000	,658
s5	1,000	,484
s6	1,000	,694
s7	1,000	,578
s8	1,000	,769
s10	1,000	,763
s11	1,000	,711
s12	1,000	,804
s13	1,000	,694
s14	1,000	,632
s15	1,000	,495
s16	1,000	,673
s17	1,000	,674
s19	1,000	,567
s20	1,000	,714
s21	1,000	,748
s22	1,000	,616
s23	1,000	,694
s24	1,000	,759
s25	1,000	,674
s27	1,000	,571
s28	1,000	,577
s29	1,000	,627
s31	1,000	,619
s32	1,000	,760

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	10,147	39,028	39,028	10,147	39,028	39,028
2	1,756	6,754	45,782	1,756	6,754	45,782
3	1,526	5,871	51,653	1,526	5,871	51,653
4	1,319	5,072	56,725	1,319	5,072	56,725
5	1,248	4,799	61,524	1,248	4,799	61,524
6	1,215	4,673	66,197	1,215	4,673	66,197
7	,936	3,599	69,796			
8	,810	3,115	72,911			
9	,718	2,760	75,671			
10	,669	2,572	78,244			
11	,618	2,376	80,619			
12	,568	2,184	82,803			
13	,566	2,177	84,980			
14	,498	1,916	86,896			

15	,489	1,880	88,776			
16	,416	1,601	90,378			
17	,407	1,565	91,943			
18	,369	1,421	93,364			
19	,326	1,253	94,617			
20	,298	1,146	95,763			
21	,255	,980	96,743			
22	,212	,816	97,558			
23	,194	,745	98,303			
24	,172	,660	98,963			
25	,153	,587	99,550			
26	,117	,450	100,000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

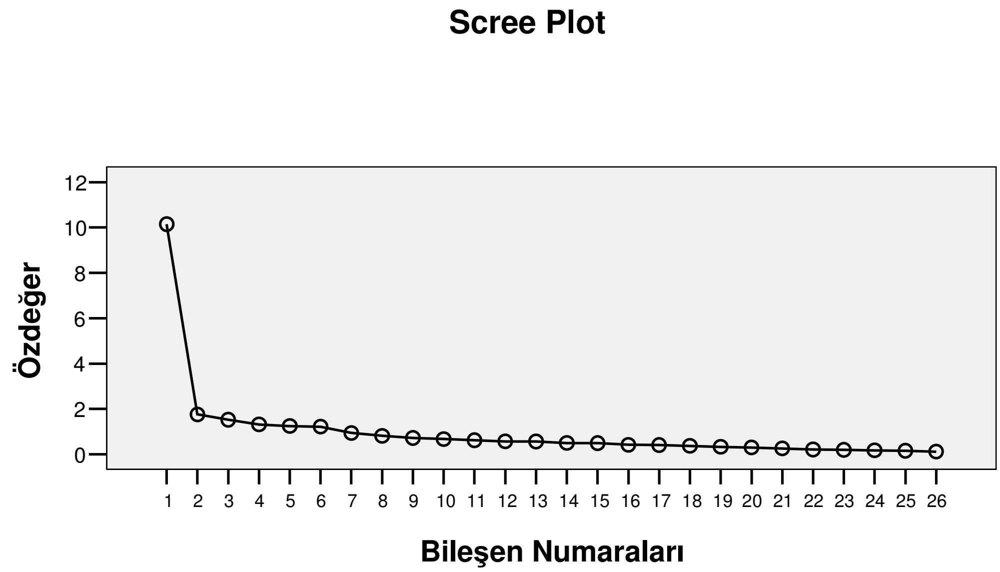
Component Matrix(a)

	Component					
	1	2	3	4	5	6
s10	,768	,261	-,065	-,217	-,072	,221
s23	,745	-,108	,109	,013	-,266	-,212
s12	,735	-,424	-,186	-,080	,085	,186
s25	,717	-,109	-,285	,065	-,244	-,052
s29	,708	-,230	,169	-,023	-,207	-,041
s20	,691	,338	,099	-,250	-,009	-,225
s28	,662	-,004	-,182	,098	-,036	,308
s7	,657	-,196	-,194	-,143	,010	-,223
s6	,648	,404	-,243	-,206	,096	-,013
s21	,639	,298	,035	-,426	,211	-,158
s3	,625	,181	-,171	,136	,430	-,018
s19	,615	-,328	,112	-,161	-,204	-,037
s13	,611	,141	,022	,386	,293	-,255
s11	,611	,281	-,060	,017	,192	,467
s17	,610	-,343	,056	-,314	,196	-,211
s14	,596	-,043	-,407	,068	,046	-,319
s31	,572	-,116	,428	,284	-,023	-,118
s32	,571	-,293	,072	,452	,361	-,089
s5	,571	-,254	,066	-,278	-,062	,090
s4	,559	,253	,429	,063	,292	,091
s15	,554	,375	,066	,114	-,174	-,025
s27	,553	,259	,107	-,027	-,414	,122
s22	,546	,125	,228	,310	-,227	,320
s8	,539	-,411	-,260	,026	,123	,476
s24	,485	,149	-,393	,412	-,359	-,219
s16	,549	-,160	,586	-,031	-,020	-,028

Extraction Method: Principal Component Analysis.
a 6 components extracted.

Rotated Component Matrix(a)

a Rotation failed to converge in 25 iterations. (Convergence = ,000).



HAZIR BULUNUŞLUK TESTİ GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	78	100,0
	Excluded(a)	0	,0
	Total	78	100,0

a Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
,713	36

Item Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
VAR00002	1,9231	2,70050	78
VAR00003	2,3205	4,17318	78
VAR00004	3,5769	3,70510	78
VAR00005	3,1923	3,07929	78
VAR00006	1,1538	1,80243	78
VAR00007	2,4359	4,24445	78
VAR00008	,9487	2,44364	78
VAR00009	3,3333	3,28976	78
VAR00010	,2436	1,02166	78
VAR00011	2,1795	3,82997	78

VAR00012	,1923	,73956	78
VAR00013	3,0513	3,64637	78
VAR00014	4,2308	3,51960	78
VAR00015	7,3718	4,31882	78
VAR00016	5,1923	4,79734	78
VAR00017	6,2821	4,86412	78
VAR00018	3,9744	4,05794	78
VAR00019	,4487	2,00420	78
VAR00020	,6410	2,46521	78
VAR00021	6,9231	4,64526	78
VAR00022	1,0256	3,05352	78
VAR00023	,5128	2,22000	78
VAR00024	3,2051	4,69694	78
VAR00025	,2692	,86299	78
VAR00026	4,4231	3,78829	78
VAR00027	2,5513	3,39842	78
VAR00028	1,6667	2,86794	78
VAR00029	,3846	1,34097	78
VAR00030	,3846	1,75980	78
VAR00031	,6410	2,03204	78
VAR00032	1,2179	2,30554	78
VAR00033	,5128	2,22000	78
VAR00034	,6410	2,18599	78
VAR00035	1,0897	2,50291	78
VAR00036	,5256	1,97862	78
VAR00001	2,1795	3,47437	78

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
VAR00002	78,9231	1121,916	,231	,707
VAR00003	78,5256	1111,188	,152	,713
VAR00004	77,2692	1098,147	,241	,706
VAR00005	77,6538	1133,372	,135	,712
VAR00006	79,6923	1141,982	,211	,709
VAR00007	78,4103	1098,713	,193	,710
VAR00008	79,8974	1176,093	-,066	,721
VAR00009	77,5128	1106,954	,243	,706
VAR00010	80,6026	1159,931	,143	,712
VAR00011	78,6667	1091,550	,256	,705
VAR00012	80,6538	1156,853	,269	,711
VAR00013	77,7949	1066,191	,384	,696
VAR00014	76,6154	1071,746	,377	,697
VAR00015	73,4744	1060,538	,326	,699
VAR00016	75,6538	1053,892	,302	,701
VAR00017	74,5641	1039,132	,345	,697
VAR00018	76,8718	1035,256	,457	,689

VAR00019	80,3974	1143,256	,175	,710
VAR00020	80,2051	1145,905	,114	,712
VAR00021	73,9231	1086,721	,205	,710
VAR00022	79,8205	1132,409	,142	,712
VAR00023	80,3333	1144,277	,145	,711
VAR00024	77,6410	1147,064	,006	,727
VAR00025	80,5769	1165,598	,078	,713
VAR00026	76,4231	1147,546	,035	,720
VAR00027	78,2949	1034,730	,570	,684
VAR00028	79,1795	1087,993	,395	,698
VAR00029	80,4615	1162,226	,076	,713
VAR00030	80,4615	1133,265	,292	,706
VAR00031	80,2051	1147,074	,143	,711
VAR00032	79,6282	1119,379	,300	,704
VAR00033	80,3333	1123,758	,284	,705
VAR00034	80,2051	1141,230	,169	,710
VAR00035	79,7564	1111,018	,322	,703
VAR00036	80,3205	1137,078	,224	,708
VAR00001	78,6667	1136,745	,094	,715

Scale Statistics

Mean	Variance	Std. Deviation	N of Items
80,8462	1170,937	34,21896	36

TEST DAĞILIMLARININ NORMALLİĞİNİN İNCELENMESİ

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		potansiyel_puani	ön_tutum_puani	son_tutum_puani	sontest_puani	G. sontest Puanı
N		30	30	30	30	30
Normal Parameters(a,b)	Mean	50,80	111,50	105,93	39,34	40,47
	Std. Deviation	10,552	7,075	10,657	14,595	12,071
Most Extreme Differences	Absolute	,088	,095	,92	,118	,118
	Positive	,088	,095	,72	,118	,118
	Negative	-,062	-,083	-,092	-,091	-,086
Kolmogorov-Smirnov Z		,482	,522	,502	,648	,647
Asymp. Sig. (2-tailed)		,974	,948	,963	,795	,796

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.

LİMİT SONTEST GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	30	100,0
	Excluded(a)	0	,0
	Total	30	100,0

a Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
,920	39

Item Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
m1	3,2000	1,12648	30
m2	3,2000	1,12648	30
m3	3,1667	1,14721	30
m4	3,2667	1,38796	30
m5	1,5667	1,04000	30
m6	1,5667	1,04000	30
m7	1,5667	1,04000	30
m8	1,3667	1,12903	30
m9	,4000	1,03724	30
m10	,4000	1,03724	30
m11	,4000	1,03724	30
m12	,4333	1,19434	30
m13	1,5000	1,43238	30
m14	1,3333	1,49328	30
m15	1,8667	1,59164	30
m16	1,8333	1,53316	30
m17	1,7667	1,56873	30
m18	1,5667	1,47819	30
m19	1,9000	1,58332	30
m20	,6667	1,26854	30
m21	,6000	1,24845	30
m22	1,2333	1,79431	30
m23	1,0667	1,55216	30
m24	1,3667	1,67091	30
m25	1,3333	1,62594	30
m26	1,1667	1,64177	30
m27	1,8667	1,63440	30
m28	3,4667	4,35283	30
m29	,4000	1,00344	30
m30	,3333	,95893	30
m31	,4000	1,00344	30

m32	,9333	1,70057	30
m33	1,4667	1,65536	30
m34	1,4667	1,65536	30
m35	1,4667	1,65536	30
m36	1,3000	1,62205	30
m37	1,1333	1,27937	30
m38	,9333	1,17248	30
m39	1,0667	1,33735	30

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
m1	52,7667	838,461	,606	,917
m2	52,7667	838,461	,606	,917
m3	52,8000	838,648	,592	,917
m4	52,7000	836,010	,515	,917
m5	54,4000	847,972	,499	,918
m6	54,4000	847,972	,499	,918
m7	54,4000	847,972	,499	,918
m8	54,6000	847,834	,459	,918
m9	55,5667	861,702	,271	,919
m10	55,5667	861,702	,271	,919
m11	55,5667	861,702	,271	,919
m12	55,5333	863,706	,201	,920
m13	54,4667	837,430	,480	,918
m14	54,6333	832,792	,513	,917
m15	54,1000	836,093	,442	,918
m16	54,1333	829,637	,535	,917
m17	54,2000	847,338	,323	,919
m18	54,4000	839,490	,439	,918
m19	54,0667	831,444	,496	,917
m20	55,3000	832,355	,619	,916
m21	55,3667	834,378	,601	,917
m22	54,7333	817,375	,572	,916
m23	54,9000	820,231	,637	,916
m24	54,6000	827,490	,510	,917
m25	54,6333	820,654	,601	,916
m26	54,8000	830,924	,482	,918
m27	54,1000	833,472	,457	,918
m28	52,5000	717,983	,610	,924
m29	55,5667	842,668	,611	,917
m30	55,6333	851,689	,476	,918
m31	55,5667	842,668	,611	,917
m32	55,0333	842,033	,348	,919
m33	54,5000	827,776	,512	,917
m34	54,5000	827,776	,512	,917

m35	54,5000	827,776	,512	,917
m36	54,6667	821,402	,594	,916
m37	54,8333	845,661	,430	,918
m38	55,0333	852,378	,373	,919
m39	54,9000	861,403	,205	,920

Scale Statistics

Mean	Variance	Std. Deviation	N of Items
55,9667	879,275	29,65257	39

KALICILIK TESTİ GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	30	100,0
	Excluded(a)	0	,0
	Total	30	100,0

a Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
,725	19

Item Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
m1	3,7000	,95231	30
m2	3,7333	,94443	30
m3	3,6333	1,15917	30
m4	3,5667	1,19434	30
m5	3,1000	1,47040	30
m6	2,2667	2,16450	30
m7	2,5333	2,12916	30
m8	2,4333	2,17641	30
m9	2,7000	2,11969	30
m10	2,6000	2,17509	30
m11	1,8333	2,36473	30
m12	,8333	1,89525	30
m13	1,3333	2,24888	30
m14	2,1667	2,52003	30
m15	,6667	1,72873	30
m16	,8333	1,89525	30

m17	2,8333	2,52003	30
m18	,1667	,91287	30
m19	,8333	1,89525	30

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
m1	38,0667	205,720	,365	,714
m2	38,0333	206,378	,344	,715
m3	38,1333	203,706	,349	,713
m4	38,2000	201,614	,400	,710
m5	38,6667	204,023	,248	,718
m6	39,5000	201,845	,164	,727
m7	39,2333	194,875	,289	,715
m8	39,3333	199,402	,203	,724
m9	39,0667	193,030	,324	,711
m10	39,1667	190,695	,352	,708
m11	39,9333	204,133	,102	,736
m12	40,9333	196,685	,307	,713
m13	40,4333	186,875	,401	,703
m14	39,6000	184,317	,379	,705
m16	41,1000	190,990	,473	,699
m17	40,9333	187,030	,501	,695
m18	38,9333	170,892	,597	,678
m19	41,6000	212,524	,122	,725
m20	40,9333	215,306	-,041	,743

Scale Statistics

Mean	Variance	Std. Deviation	N of Items
41,7667	216,599	14,71730	19

UYGULAMA GRUPLARININ DENKLİĞİNİN BELİRLENDİĞİ VARYANS ANALİZLERİ

Descriptives

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
						Lower Bound	Upper Bound		
potansiyel _puani	BCS+Yap	15	50,47	11,740	3,031	43,97	56,97	30	73
	Yap	15	51,13	9,620	2,484	45,81	56,46	38	72
	Total	30	50,80	10,552	1,926	46,86	54,74	30	73
ön_tutum _puani	BCS+Yap	15	111,13	5,975	1,543	107,82	114,44	102	122

Yap	15	111,87	8,228	2,124	107,31	116,42	97	127
Total	30	111,50	7,075	1,29	108,86	114,14	97	127

Test of Homogeneity of Variances

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
potansiyel_puani	,298	1	28	,589
ön_tutum_puani	,270	1	28	,608

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
potansiyel_puani	Between Groups	3,333	1	3,333	,029	,866
	Within Groups	3225,467	28	115,195		
	Total	3228,800	29			
ön_tutum_puani	Between Groups	4,033	1	4,033	,078	,782
	Within Groups	1447,467	28	51,695		
	Total	1451,500	29			

SONTEST SONUÇLARININ TEK BAĞIMLI DEĞİŞKEN OLARAK VARYANS ANALİZİ İLE İNCELENMESİ

Descriptives

		N	Mean	Std. Deviation
sontest_puani	BCS+Yap.	15	42,06	14,856
	Yap	15	36,62	14,309
	Total	30	39,94	14,595

ANOVA

		Sum of Squares	F	Sig.
sontest_puani	Between Groups	221,396	1,041	,316
	Within Groups	5956,154		
	Total	6177,551		

SONTEST PUANINI OLUŞTURAN ALT BOYUT PUANLARININ MANCOVA İNCELEMESİ

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
grup	1	BCS+Yap.	15
	2	Yap	15

Descriptive Statistics

grup		Mean	Std. Deviation	N
sontest_A	BCS+Yap.	50,40	11,494	15
	Yap	49,53	8,626	15
	Total	49,97	9,995	30
sontest_B	BCS+Yap.	52,87	9,141	15
	Yap	47,27	10,278	15
	Total	50,07	9,972	30
sontest_C	BCS+Yap.	51,13	9,680	15
	Yap	48,93	10,627	15
	Total	50,03	10,050	30

Box's Test of Equality of Covariance Matrices(a)

Box's M	6,732
F	0,991
df1	6
df2	5680,302
Sig.	,430

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.
a Design: Intercept+potansiyel_puani+grup

Multivariate Tests(b)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.	Partial Eta Squared
Intercept	Pillai's Trace	,036	0,315(a)	3,000	25,000	,815	,036
	Wilks' Lambda	,964	0,315(a)	3,000	25,000	,815	, 036
	Hotelling's Trace	,038	0,315(a)	3,000	25,000	,815	, 036
	Roy's Largest Root	,038	0,315(a)	3,000	25,000	,815	, 036
potansiyel_puani	Pillai's Trace	,202	2,111(a)	3,000	25,000	,124	,202
	Wilks' Lambda	,798	2,111(a)	3,000	25,000	,124	,202
	Hotelling's Trace	,253	2,111(a)	3,000	25,000	,124	,202
	Roy's Largest Root	,253	2,111(a)	3,000	25,000	,124	,202

grup	Pillai's Trace	,119	1,124(a)	3,000	25,000	,358	,119
	Wilks' Lambda	,881	1,124(a)	3,000	25,000	,358	,119
	Hotelling's Trace	,135	1,124(a)	3,000	25,000	,358	,119
	Roy's Largest Root	,135	1,124(a)	3,000	25,000	,358	,119

a Exact statistic
b Design: Intercept+potansiyel_puani+grup

KALICILIK TESTİ SONUÇLARININ TEK BAĞIMLI DEĞİŞKEN OLARAK VARYANS ANALİZİ İLE İNCELENMESİ

Descriptives

		N	Mean	Std. Deviation
Kalıcılık testi_puani	BCS+Yap.	15	42,95	12,328
	Yap	15	38,40	11,861
	Total	30	40,47	12,071

ANOVA

		Sum of Squares	F	Sig.
Kalıcılık testi_puani	Between Groups	128,133	,876	,357
	Within Groups	4097,333		
	Total	4225,467		

KALICILIK TESTİ PUANINI OLUŞTURAN ALT BOYUT PUANLARININ MANCOVA İNCELEMESİ

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
grup	1	BCS+Yap.	15
	2	Yap	15

Descriptive Statistics

grup		Mean	Std. Deviation	N
Kalıcılık testi_A	BCS+Yap.	44,13	19,813	15
	Yap	51,47	25,991	15
	Total	47,80	23,012	30
Kalıcılık testi_B	BCS+Yap.	58,53	15,973	15
	Yap	46,80	10,685	15

	Total	52,67	14,625	30
Kalıcılık testi_C	BCS+Yap.	21,67	17,875	15
	Yap	17,87	14,131	15
	Total	19,77	15,950	30

Box's Test of Equality of Covariance Matrices(a)

Box's M	13,267
F	1,952
df1	6
df2	5680,302
Sig.	,069

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.
a Design: Intercept+potansiyel_puani+grup

Multivariate Tests(b)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.	Partial Eta Squared
Intercept	Pillai's Trace	,137	1,318(a)	3,000	25,000	,291	,137
	Wilks' Lambda	,863	1,318(a)	3,000	25,000	,291	,137
	Hotelling's Trace	,158	1,318(a)	3,000	25,000	,291	,137
	Roy's Largest Root	,158	1,318(a)	3,000	25,000	,291	,137
potansiyel_puani	Pillai's Trace	,255	2,855(a)	3,000	25,000	,057	,255
	Wilks' Lambda	,745	2,855(a)	3,000	25,000	,057	,255
	Hotelling's Trace	,343	2,855(a)	3,000	25,000	,057	,255
	Roy's Largest Root	,343	2,855(a)	3,000	25,000	,057	,255
grup	Pillai's Trace	,299	3,556(a)	3,000	25,000	,029	,299
	Wilks' Lambda	,701	3,556(a)	3,000	25,000	,029	,299
	Hotelling's Trace	,427	3,556(a)	3,000	25,000	,029	,299
	Roy's Largest Root	,427	3,556(a)	3,000	25,000	,029	,299

a Exact statistic
b Design: Intercept+potansiyel_puani+grup

Levene's Test of Equality of Error Variances(a)

	F	df1	df2	Sig.
Kalıcılık testi_A	2,272	1	28	,143
Kalıcılık testi_B	,326	1	28	,573
Kalıcılık testi_C	,032	1	28	,860

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a Design: Intercept+potansiyel_puani+grup

Tests of Between-Subjects Effects

Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	Kalıcılık testi_A	1204,110(a)	2	602,055	1,149	,332	,078

	Kalıcılık testi _B	2253,722(b)	2	1126,861	7,705	,002	,363
	Kalıcılık testi _C	111,757(c)	2	55,879	,208	,814	,015
Intercept	Kalıcılık testi _A	606,803	1	606,803	1,158	,291	,041
	Kalıcılık testi _B	549,952	1	549,952	3,760	,063	,122
	Kalıcılık testi _C	393,245	1	393,245	1,461	,237	,051
potansiyel_puani	Kalıcılık testi _A	800,776	1	800,776	1,528	,227	,054
	Kalıcılık testi _B	1221,188	1	1221,188	8,350	,008	,236
	Kalıcılık testi _C	3,457	1	3,457	,013	,911	,000
grup	Kalıcılık testi _A	367,242	1	367,242	,701	,410	,025
	Kalıcılık testi _B	1104,850	1	1104,850	7,554	,011	,219
	Kalıcılık testi _C	109,435	1	109,435	,407	,529	,015
Error	Kalıcılık testi _A	14152,690	27	524,174			
	Kalıcılık testi _B	3948,945	27	146,257			
	Kalıcılık testi _C	7265,609	27	269,097			
Total	Kalıcılık testi _A	83902,000	30				
	Kalıcılık testi _B	89416,000	30				
	Kalıcılık testi _C	19099,000	30				
Corrected Total	Kalıcılık testi _A	15356,800	29				
	Kalıcılık testi _B	6202,667	29				
	Kalıcılık testi _C	7377,367	29				

a R Squared = ,078 (Adjusted R Squared = ,010)
b R Squared = ,363 (Adjusted R Squared = ,316)
c R Squared = ,015 (Adjusted R Squared = -,058)

BAŞARIDAKİ CİNSİYET FARKLILIĞININ MAN-WHİTNEY U TESTİ İLE İNCELENMESİ

Grup–1 Erkekleri ile Grup–2 Erkekleri Arasındaki Fark;

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
Potansiyel_puani	18	52,72	10,921	38	73
sontest_puani	18	41,51	17,547	20	73
G. sontest_puani	18	42,94	12,002	23	69
sontest_A	18	35,72	23,914	8	78
sontest_B	18	47,11	21,335	17	78
sontest_C	18	39,17	18,504	19	78
G. sontest_A	18	51,78	25,476	0	100
G. sontest_B	18	56,44	16,038	24	86
G. sontest_C	18	19,50	12,268	0	38
grup	18	1,56	,511	1	2

Ranks

	grup	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Potansiyel_puani	BCS+Yap.	8	10,31	82,50

	Yap	10	8,85	88,50
	Total	18		
sontest_puani	BCS+Yap.	8	11,69	93,50
	Yap	10	7,75	77,50
	Total	18		
G. sontest_puani	BCS+Yap.	8	11,38	83,00
	Yap	10	8,00	88,00
	Total	18		
sontest_A	BCS+Yap.	8	10,38	91,00
	Yap	10	8,80	80,00
	Total	18		
sontest_B	BCS+Yap.	8	11,38	91,00
	Yap	10	8,00	80,00
	Total	18		
sontest_C	BCS+Yap.	8	10,69	85,50
	Yap	10	8,55	85,50
	Total	18		
G. sontest_A	BCS+Yap.	8	8,38	67,00
	Yap	10	10,40	104,00
	Total	18		
G. sontest_B	BCS+Yap.	8	13,44	107,50
	Yap	10	6,35	63,50
	Total	18		
G. sontest_C	BCS+Yap.	8	9,94	79,50
	Yap	10	9,15	91,50
	Total	18		

Test Statistics(b)

	Potansiyel_puani	sontest_puani	G. sontest_puani	sontest_A	sontest_B	sontest_C	G. sontest_A	G. sontest_B	G. sontest_C
Mann-Whitney U	33,500	22,500	25,000	33,000	25,000	30,500	31,000	8,500	36,500
Wilcoxon W	88,500	77,500	80,000	88,000	80,000	85,500	67,000	63,500	91,500
Z	-,578	-1,557	-1,335	-,624	-1,335	-,849	-,821	-2,805	-,328
Asymp. Sig. (2-tailed)	,563	,120	,182	,533	,182	,396	,412	,005	,743
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,573(a)	,122(a)	,203(a)	,573(a)	,203(a)	,408(a)	,460(a)	,003(a)	,762(a)

a Not corrected for ties.
b Grouping Variable: grup

Grup-1 Kızları ile Grup-2 Kızları Arasındaki Fark;

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
potansiyel_puani	12	47,92	9,700	30	63
sontest_puani	12	36,09	8,156	24	47

G. sontest_puani	12	36,75	11,678	21	58
sontest_A	12	29,50	15,883	8	62
sontest_B	12	40,92	9,090	29	57
sontest_C	12	35,75	13,981	19	70
G. sontest_A	12	41,83	18,120	17	83
G. sontest_B	12	47,00	10,392	30	66
G. sontest_C	12	20,17	20,923	0	75
grup	12	1,42	,515	1	2

Ranks

grup		N	Mean Rank	Sum of Ranks
potansiyel_puani	BCS+Yap.	7	5,79	40,50
	Yap	5	7,50	37,50
	Total	12		
sontest_puani	BCS+Yap.	7	6,29	44,00
	Yap	5	7,80	34,00
	Total	12		
G. sontest_puani	BCS+Yap.	7	6,86	48,00
	Yap	5	6,00	30,00
	Total	12		
sontest_A	BCS+Yap.	7	5,00	35,00
	Yap	5	8,60	43,00
	Total	12		
sontest_B	BCS+Yap.	7	6,57	46,00
	Yap	5	6,40	32,00
	Total	12		
sontest_C	BCS+Yap.	7	7,29	51,00
	Yap	5	5,40	27,00
	Total	12		
G. sontest_A	BCS+Yap.	7	6,07	42,50
	Yap	5	7,10	35,50
	Total	12		
G. sontest_B	BCS+Yap.	7	6,64	46,50
	Yap	5	6,30	31,50
	Total	12		
G. sontest_C	BCS+Yap.	7	6,86	48,00
	Yap	5	6,00	30,00
	Total	12		

Test Statistics(b)

	potansiyel_puani	sontest_puani	G. sontest_puani	sontest_A	sontest_B	Sontest_C	G. sontest_A	G. sontest_B	G. sontest_C
Mann-Whitney U	12,500	16,000	15,000	7,000	17,000	12,000	13,500	16,500	15,000
Wilcoxon W	40,500	44,000	30,000	35,000	32,000	27,000	41,500	31,500	30,000
Z	-,813	-,244	-,406	-1,708	-,081	-,896	-,680	-,163	-,455

Asymp. Sig. (2-tailed)	,416	,808	,685	,088	,935	1,000	,370	,871	,649
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,432(a)	,876(a)	,755(a)	,106(a)	1,000(a)	1,000(a)	,432(a)	,876(a)	,755(a)

a Not corrected for ties.
b Grouping Variable: grup

Grup-1 (BCS + Yap.) grubu içindeki kız-erkek karşılaştırması

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
Potansiyel_puani	15	50,47	11,740	30	73
sontest_puani	15	42,06	14,856	21	73
G. sontest_puani	15	42,53	12,328	25	69
sontest_A	15	33,33	24,593	8	78
sontest_B	15	49,33	16,910	17	74
sontest_C	15	40,43	16,702	25	78
G. sontest_A	15	44,13	19,813	17	100
G. sontest_B	15	58,53	15,973	34	86
G. sontest_C	15	21,67	17,875	0	75
cinsiyet	15	1,47	,516	1	2

Ranks

cinsiyet		N	Mean Rank	Sum of Ranks
Potansiyel_puani	erkek	8	9,25	74,00
	kýz	7	6,57	46,00
	Total	15		
sontest_puani	erkek	8	9,056	76,50
	kýz	7	6,21	43,50
	Total	15		
G. sontest_puani	erkek	8	9,69	77,50
	kýz	7	6,07	42,50
	Total	15		
sontest_A	erkek	8	9,13	73,00
	kýz	7	6,71	47,00
	Total	15		
sontest_B	erkek	8	10,13	81,00
	kýz	7	5,57	39,00
	Total	15		
sontest_C	erkek	8	8,44	67,50
	kýz	7	7,50	52,50
	Total	15		
G. sontest_A	erkek	8	8,88	71,00
	kýz	7	7,00	49,00
	Total	15		
G. sontest_B	erkek	8	10,69	85,50
	kýz	7	4,93	34,50

	Total	15		
G. sontest_C	erkek	8	8,56	68,50
	kýz	7	7,36	51,50
	Total	15		

Test Statistics(b)

	Potansiyel_puani	sontest_puani	G. sontest_puani	sontest_A	Sontest_B	sontest_C	G. sontest_A	G. sontest_B	G. sontest_C
Mann-Whitney U	18,000	15,500	14,500	19,000	11,000	24,500	21,000	6,500	23,500
Wilcoxon W	46,000	43,500	42,500	47,000	39,000	52,500	49,000	24,500	51,500
Z	-1,157	-1,448	-1,564	-1,046	-1,967	-,407	-,853	-2,493	-,566
Asymp. Sig. (2-tailed)	,247	,148	,118	,295	,049	,684	,394	,013	,571
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,281(a)	,152(a)	,121(a)	,336(a)	,054(a)	,694(a)	,463(a)	,009(a)	,613(a)

a Not corrected for ties.
b Grouping Variable: cinsiyet

Grup-2 (Yap.) grubu içindeki kız-erkek Karşılaştırması

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
Potansiyel_puani	15	51,13	9,620	38	72
sontest_puani	15	36,62	14,309	20	71
G. sontest_puani	15	38,40	11,861	21	58
sontest_A	15	33,13	17,541	8	65
sontest_B	15	39,93	17,438	17	78
sontest_C	15	35,27	16,812	19	77
G. sontest_A	15	51,47	25,991	0	83
G. sontest_B	15	46,80	10,685	24	64
G. sontest_C	15	17,87	14,131	0	38
cinsiyet	15	1,33	,488	1	2

Ranks

cinsiyet		N	Mean Rank	Sum of Ranks
Potansiyel_puani	erkek	10	8,00	80,00
	kýz	5	8,00	40,00
	Total	15		
sontest_puani	erkek	10	7,50	75,00
	kýz	5	9,00	45,00
	Total	15		
G. sontest_puani	erkek	10	8,65	86,50
	kýz	5	6,70	33,50
	Total	15		
sontest_A	erkek	10	7,25	72,50
	kýz	5	9,50	47,50

	Total	15		
sontest_B	erkek	10	7,70	77,00
	kýz	5	8,60	43,00
	Total	15		
sontest_C	erkek	10	8,10	81,00
	kýz	5	7,80	39,00
	Total	15		
G. sontest_A	erkek	10	8,65	80,50
	kýz	5	6,70	39,50
	Total	15		
G. sontest_B	erkek	10	8,05	80,50
	kýz	5	7,90	39,50
	Total	15		
G. sontest_C	erkek	10	8,35	83,50
	kýz	5	7,30	36,50
	Total	15		

Test Statistics(b)

	potansiyel_puani	sontest_puani	G. sontest_puani	sontest_A	sontest_B	sontest_C	G. sontest_A	G. sontest_B	G. sontest_C
Mann-Whitney U	25,000	20,000	18,500	17,500	22,000	24,000	18,500	24,500	21,500
Wilcoxon W	40,000	75,000	33,500	72,500	77,000	39,000	33,500	39,500	36,500
Z	,000	-,613	-,799	-,921	-,369	-,124	-,810	-,061	-,458
Asymp. Sig. (2-tailed)	1,000	,540	,424	,357	,712	,901	,418	,951	,647
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	1,000(a)	,594(a)	,440(a)	,371(a)	,768(a)	,953(a)	,440(a)	,953(a)	,679(a)

a Not corrected for ties.
b Grouping Variable: cinsiyet

ÖN TUTUM VE SON TUTUM PUANLARININ VARYANS ANALİZİ VE İLİŞKİLİ T-TESTİ İLE ANALİZ EDİLMESİ

Descriptives

		N	Mean	Std. Deviation
Ön_tutum_puani	BCS+Yap.	15	111,13	5,975
	Yap	15	111,87	8,228
	Total	30	111,50	7,075
Son_tutum_puani	BCS+Yap.	15	108,73	8,681
	Yap	15	103,13	11,963
	Total	30	105,93	10,657

ANOVA

	Sum of Squares	F	Sig.

Ön_tutum_puani	Between Groups	4,033	,078	,782
	Within Groups	1447,467		
	Total	1451,500		
Son_tutum_puani	Between Groups	235,200	2,153	,153
	Within Groups	3058,667		
	Total	3293,867		

Paired Samples Statistics (BCS + Yap Grubu)

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	öntut	111,13	15	5,975	1,543
	sontut	108,73	15	8,681	2,241

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	öntut & sontut	15	,607	,016

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	öntut - sontut	2,400	6,936	1,791	-1,441	6,241	1,340	14	,202

Paired Samples Statistics (Yap. Grubu)

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	öntut2	111,87	15	8,228	2,124
	sontut2	103,13	15	11,963	3,089

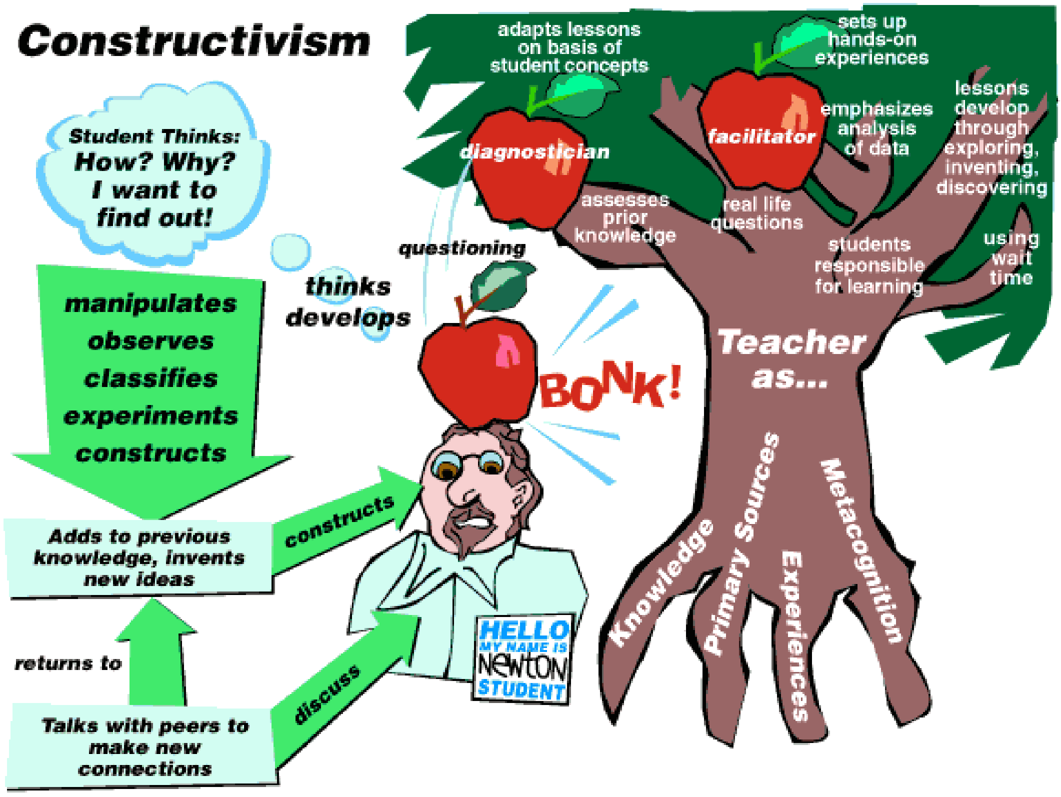
Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	öntut2 & sontut2	15	,524	,045

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	öntut2 - sontut2	8,733	10,375	2,679	2,988	14,479	3,260	14	,006

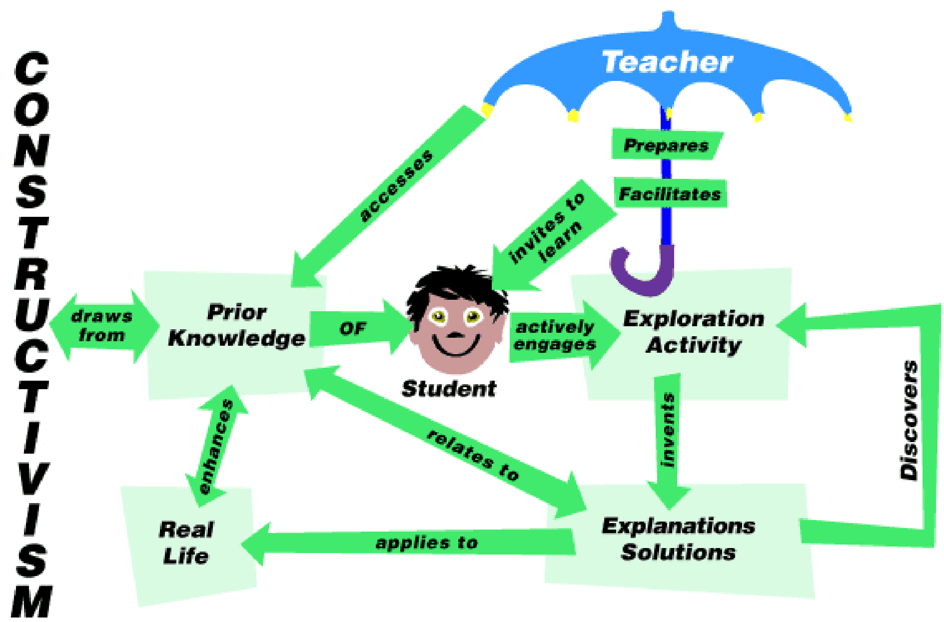
EK 10. Yapılandırmacı Öğrenme ve Öğretim Kuramının Şematik Görünümlerini ifade eden Şekillerin Orijinalleri



Yapılandırmacılık Ağacı

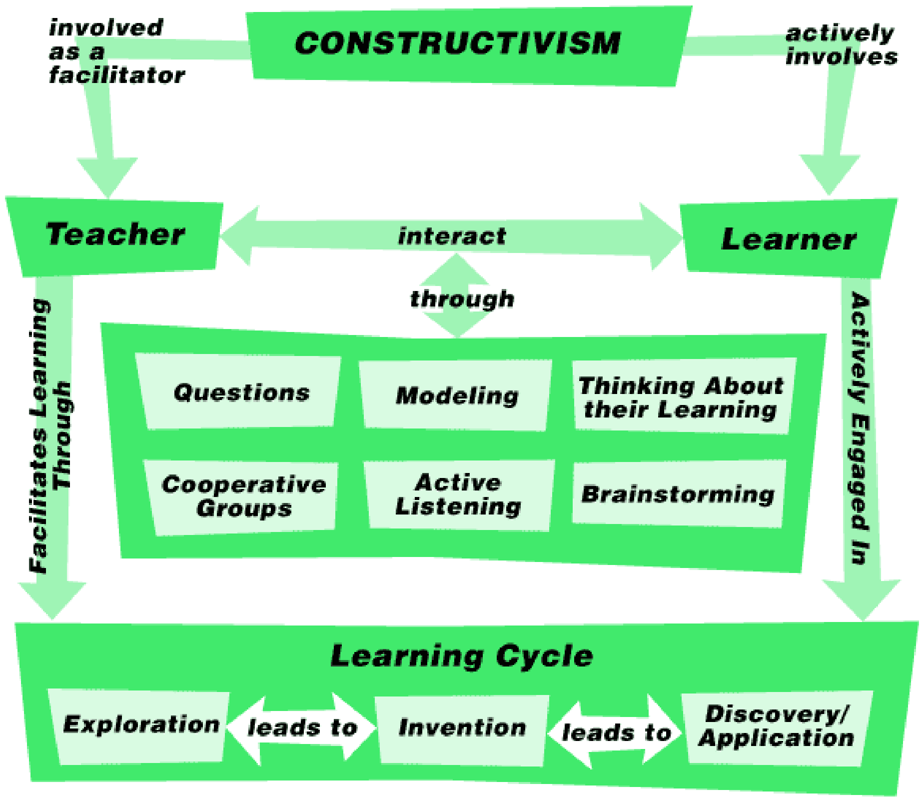
http://www.mdk12.org/practices/goodinstruction/constructivism1.html

The Umbrella of Constructivism



Yapılandırmacılık Şemsiyesi

http://www.mdk12.org/practices/goodinstruction/constructivism2.html



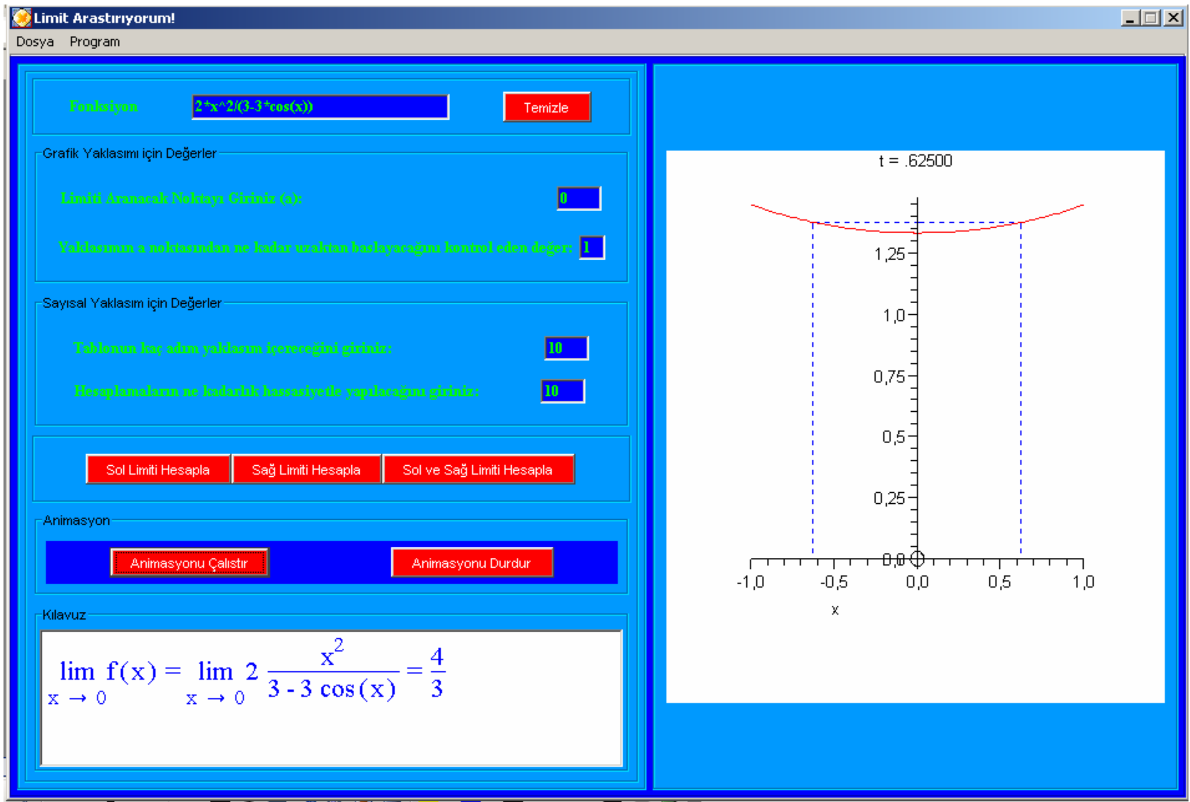
Yapılandırmacılık; Öğretmen – Öğrenci bilgi döngüsü

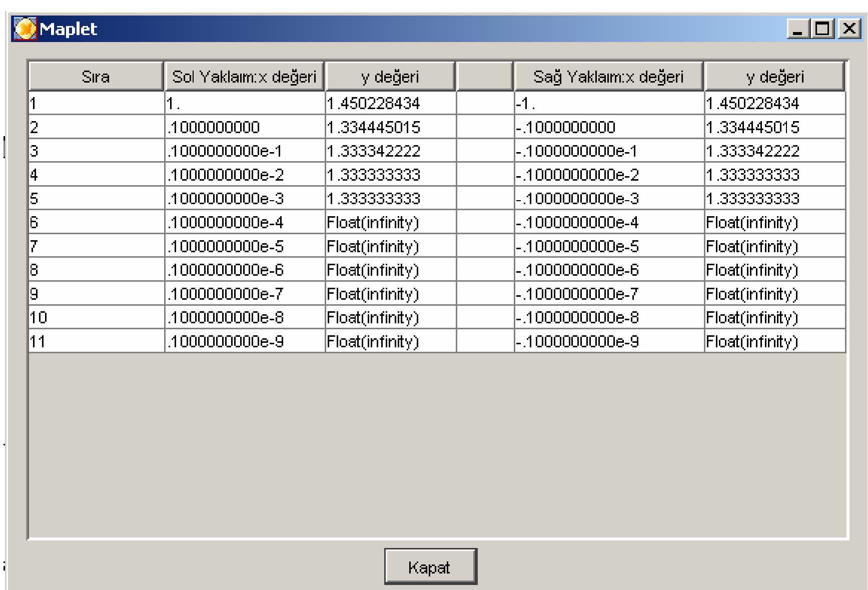
http://www.mdk12.org/practices/goodinstruction/constructivism2.html

EK 11. UYGULAMA İÇİN TASARLANAN MAPLET KODLARI

1. Limitin dinamik tanımı üzerinde çalışmalar yapmak için tasarlanan Maplet:

Aşağıda ilk olarak Maplet'in arayüzünü sonra da bu Maplet'i oluşturmak için kullanılan kodları görebilirsiniz.





Maplet

Sıra	Sol Yaklaım:x değeri	y değeri		Sağ Yaklaım:x değeri	y değeri
1	1.	1.450228434		-1.	1.450228434
2	.1000000000	1.334445015		-.1000000000	1.334445015
3	.1000000000e-1	1.333342222		-.1000000000e-1	1.333342222
4	.1000000000e-2	1.333333333		-.1000000000e-2	1.333333333
5	.1000000000e-3	1.333333333		-.1000000000e-3	1.333333333
6	.1000000000e-4	Float(infinity)		-.1000000000e-4	Float(infinity)
7	.1000000000e-5	Float(infinity)		-.1000000000e-5	Float(infinity)
8	.1000000000e-6	Float(infinity)		-.1000000000e-6	Float(infinity)
9	.1000000000e-7	Float(infinity)		-.1000000000e-7	Float(infinity)
10	.1000000000e-8	Float(infinity)		-.1000000000e-8	Float(infinity)
11	.1000000000e-9	Float(infinity)		-.1000000000e-9	Float(infinity)

Kapat

Not: Aşağıdaki kodları bir Maple sayfasına yapıştırarak Maplet'i çalıştırabilirsiniz. Kodları yapıştırdıktan sonra imleç herhangi bir yerde iken [ENTER] tuşuna basarak çalıştırabilirsiniz.

```
restart:
 with(Maplets[Elements]):
with(Maplets[Tools]):with(plots):with(plottools):with(Maplets):with(Student[Ca
lculus1]):with(plottools,rectangle):xe1:=-5:xe2:=5:ye1:=-5:ye2:=5:tik:=10:

 oteleme:=Maplet(onstartup=RunWindow(W1),
  MenuBar['MB1'](Menu("Dosya", MenuItem("Kapat",Shutdown())),
                        Menu("Program", MenuItem("Program
Hakkında",RunWindow(proghakkinda))

)),

Window['proghakkinda']("Program Hakkında", width=450,height=375,
BoxLayout(inset=0, border=true,background=blue,

    BoxColumn(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),

BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),TextBox(10..50,editable=false,"Bu
çalısmada Limit kavramı dinamik bir yaklasım ile ele alınmaktadır.
Fonksiyonları maple programının klasik arayüzündeki gibi yazabilirsiniz.
Parçalı fonksiyonlar da deneyebilirsiniz. Yasadığımız dünyadaki matematiği
daha fazla farkedebilmeniz dileğiyle...")),

BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),TextField(foreground=white,background=blu
e,"E-mail: tolgakabaca@yahoo.com",'editable'='false')),
BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button(foreground=white,background=blue,"
Kapat    ", CloseWindow('proghakkinda'))
))
)),

Window['nar']('title'="Artış Miktarını Belirleme",width=190,height=130,
BoxLayout(background=blue,BoxColumn(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"Artış Miktarını
Giriniz",TextField['nart'](4)),
BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button['nT'](background=red,foreground=wh
ite,"TAMAM",
Action(Evaluate('function'="narttir"),CloseWindow(nar))))))),

Window['eksen']('title'="Eksenleri Belirleme",width=300,height=250,
BoxLayout(background=blue,BoxColumn(background=COLOR(RGB,3/5,3/5,1),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"x ekseninin sınırlarını
belirleyiniz. x=[",TextField['x1'](3,"-5"),",",TextField['x2'](3,"5"),"]"),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"y ekseninin sınırlarını
belirleyiniz. y=[",TextField['y1'](3,"-5"),",",TextField['y2'](3,"5"),"]"),

BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button['xT'](background=red,foreground=wh
ite,"TAMAM",
Action(Evaluate('function'="nx"),CloseWindow(eksen))),

Button['xTem'](background=red,foreground=white,"TEMİZLE",
```

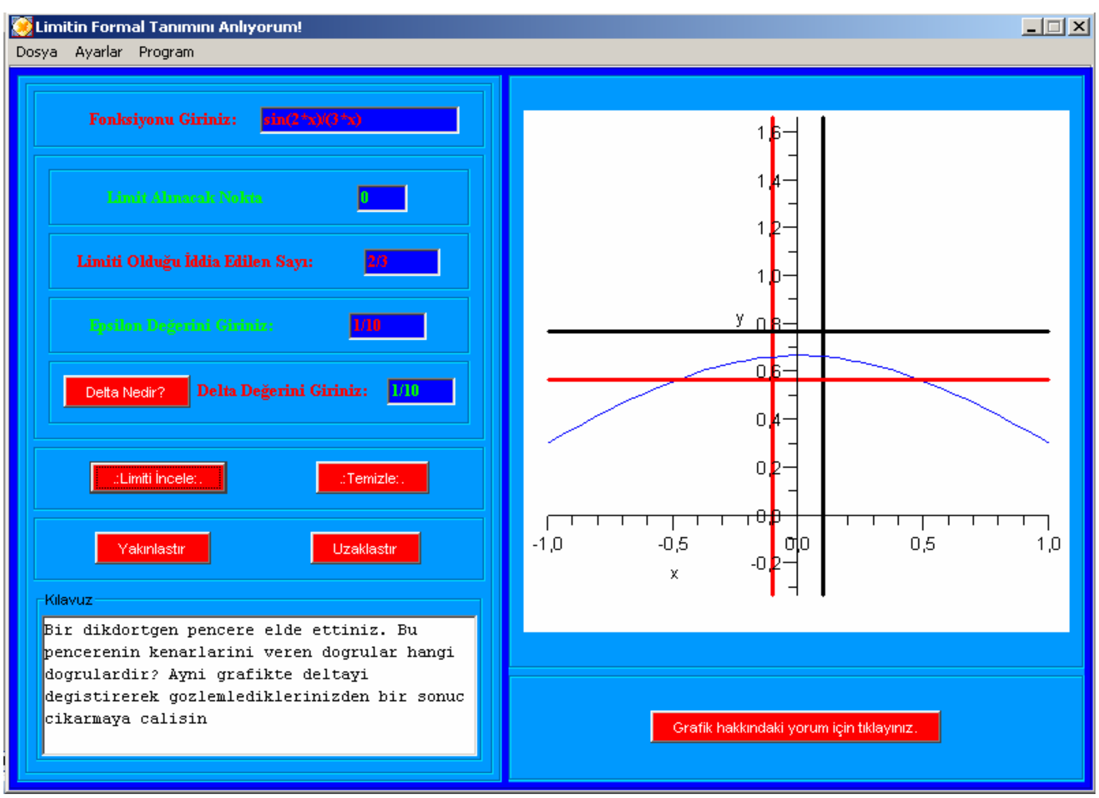
```
Action(SetOption('x1'=""),SetOption('x2'=""),SetOption('y1'=""),SetOption('y2'
="")))
)))),

Window['W1'](resizable=false,width=950,height=650,'menubar'='MB1','title'="Lim
it Arastırıyorum!",

 BoxLayout(inset=0, border=true,background=blue,

   BoxRow(inset=0,border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),
     BoxColumn(inset=0,border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),

BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Label('font'=Font("arial",12,
bold),foreground=green,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"Fonksiyon"),TextField['T
F1'](background=blue,'font'=Font("arial",12,bold),foreground=green),Button(bac
kground=red,foreground=white,"Temizle",Evaluate('function'="temizle") )

),
BoxRow(border=true,caption="Grafik Yaklasımı için
Değerler",background=COLOR(RGB,0,3/5,1),BoxColumn(background=COLOR(RGB,0,3/5,1
),BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Label(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),'fo
nt'=Font("arial",12,bold),foreground=green,"Limiti Aranacak Noktayı Giriniz
(a):
"),TextField['TF2'](3,'font'=Font("arial",12,bold),
background=blue,foreground=green)),Label(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),'font'=
Font("arial",12,bold),foreground=green)
,

BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Label(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),foreg
round=green,'font'=Font("arial",12,bold),"Yaklasımın a noktasından ne kadar
uzaktan baslayacağını kontrol eden
değer:"),TextField['TF3'](3,'font'=Font("arial",12,bold),background=blue,foreg
round=green)))),

BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),border=true,caption="Sayısal Yaklasım
için
Değerler",BoxColumn(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),BoxRow(background=COLOR(RGB,
0,3/5,1),Label(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),foreground=green,'font'=Font("ari
al",12,bold),"Tablonun kaç adım yaklasım içereceğini giriniz:
"),TextField['TF4'](3,'font'=Font("arial",12,bold),background=blue,foreground=
green)),
BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Label(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),foreg
round=green,'font'=Font("arial",12,bold),"Hesaplamaların ne kadarlık
hassasiyetle yapılacağını giriniz:
"),TextField['TF5'](3,'font'=Font("arial",12,bold),background=blue,foreground=
green)))),

BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),border=true,GridLayout(background=COLOR(R
GB,0,3/5,1),GridRow(GridCell(Button['solbut'](background=red,foreground=white,
"Sol Limiti Hesapla",
Evaluate('function'="limitisol"))),GridCell(Button['sagbut'](background=red,fo
reground=white,"Sağ Limiti Hesapla",
Evaluate('function'="limitisag"))),GridCell(Button['ikibut'](background=red,fo
reground=white,"Sol ve Sağ Limiti Hesapla",
Evaluate('function'="limitiiki"))))))
,
```

```
BoxColumn(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),border=true,caption="Animasyon",BoxRow
(background=blue,Button['animasyon'](background=red,foreground=white,"Animasyo
nu Çalıştır",
Evaluate('function'="animasyon")),Button['animdurdur'](background=red,foregrou
nd=white,"Animasyonu Durdur", Evaluate('function'="durdur")))
),

BoxRow(inset=0,border=true,caption="Kılavuz",background=COLOR(RGB,0,3/5,1),

MathMLViewer['MMLV1'](fontsize=16,height=100,width=400,foreground=blue,'value'
="")
)
              )          ),
     BoxColumn(inset=0,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Plotter['PL1'](width=400,heig
ht=450,tooltip="Grafik Alanı",plot(undefined,x=-5..5,y=-
5..5,color=red,tickmarks=[10,10])))
)
))#endwindowlayout

,ButtonGroup['BG1'](),ButtonGroup['BG2']()

):

 limitisol:=proc()
local ffonk, a,g,del,f,k,t,maplettblo,c,m;

ffonk:=Get('TF1'::algebraic);
a:=Get('TF2'::realcons);
k:=Get('TF3'::realcons);

c:=Get('TF4'::realcons);
m:=Get('TF5'::realcons);

g:= unapply(ffonk,x);

del:=limit(g(x),x=a,left);

Set('MMLV1'(value)=((Limit(f(x),x=a,left)=Limit(g(x),x=a,left))=del));
Set('PL1'=plots[display](pointplot([[a,0]],style=point,symbol=circle,symbolsiz
e=20),plot(g(x),x=a-k..a+k,discont=true),animate(plot, [[[a-t*k,0], [a-
t*k,g(a-t*k)],[0,g(a-t*k)]], color=blue,
style=line,linestyle=3,thickness=2],t=1..0.000001 )));

maplettblo := Maplet([
   BoxCell(Table(["Sıra", "x değeri", "y değeri"],[seq( [k+1,evalf( a - 10^(-
k), m), evalf(g( a - 10^(-k)), m)],k = 0..c)],height=300,width=300),
     'as_needed'),

   Button("Kapat", Shutdown())]):

Maplets[Display](maplettblo):

end proc:

 limitisag:=proc()
local ffonk, a,g,del,f,k,t,maplettblo,c,m;
```

```
ffonk:=Get('TF1'::algebraic);
a:=Get('TF2'::realcons);
k:=Get('TF3'::realcons);
c:=Get('TF4'::realcons);
m:=Get('TF5'::realcons);

g:= unapply(ffonk,x);

del:=limit(g(x),x=a,right);

Set('MMLV1'(value)=((Limit(f(x),x=a,right)=Limit(g(x),x=a,right))=del));
Set('PL1'=plots[display](pointplot([[a,0]],style=point,symbol=circle,symbolsiz
e=20),plot(g(x),x=a-k..a+k,discont=true),animate(plot, [[[a+t*k,0],
[a+t*k,g(a+t*k)],[0,g(a+t*k)]], color=blue,
style=line,linestyle=3,thickness=2],t=1..0.00001)));

maplettblo := Maplet([
   BoxCell(Table(["Sıra", "x değeri", "y değeri"],[seq( [k+1,evalf( a + 10^(-
k), m), evalf(g( a + 10^(-k)), m)],k = 0..c)],height=300,width=300),
     'as_needed'),

   Button("Kapat", Shutdown())]):

Maplets[Display](maplettblo):

end proc:

 limitiiki:=proc()
local ffonk, a,g,del,f,k,t,maplettblo,c,m;

ffonk:=Get('TF1'::algebraic);
a:=Get('TF2'::realcons);
k:=Get('TF3'::realcons);
c:=Get('TF4'::realcons);
m:=Get('TF5'::realcons);

g:= unapply(ffonk,x);

del:=limit(g(x),x=a);

Set('MMLV1'(value)=((Limit(f(x),x=a)=Limit(g(x),x=a))=del));
Set('PL1'=plots[display](pointplot([[a,0]],style=point,symbol=circle,symbolsiz
e=20),plot(g(x),x=a-k..a+k,discont=true),animate(plot, [[[a-t*k,0], [a-
t*k,g(a-t*k)],[0,g(a-t*k)],[0,0],[a+t*k,0], [a+t*k,g(a+t*k)],[0,g(a+t*k)]],
color=blue, style=line,linestyle=3],t=1..0.00000001)));

maplettblo := Maplet([
   BoxCell(Table(["Sıra", "Sol Yaklaşım:x değeri", "y değeri","  ","Sağ
Yaklaşım:x değeri", "y değeri"],[seq( [k+1,evalf( a + 10^(-k), m), evalf(g( a
+ 10^(-k)),m)," " ,evalf( a - 10^(-k), m), evalf(g( a - 10^(-k)), m)],k =
0..c)],height=300,width=550),
     'as_needed'),

   Button("Kapat", Shutdown())]):

Maplets[Display](maplettblo):
```

```
end proc:

 temizle:=proc()

Set('PL1'=plots[display](plot(undefined,x=-5..5,y=-5..5,tickmarks=[10,10])));
Set('TF1'="");
Set('TF3'="");
Set('MMLV1'(value)="");
end proc:

 animasyon:=proc()
Set(PL1('delay')=100);
Set(PL1('play')=true);

end proc:
 durdur:=proc()

Set(PL1('`stop`')=true);

end proc:

 Maplets[Display](oteleme):
```

2. Limitin formal tanımı (ε-δ tanımı) üzerinde çalışmalar yapmak için tasarlanan Maplet: Aşağıda ilk olarak Maplet'in arayüzünü sonra da bu Maplet'i oluşturmak için kullanılan kodları görebilirsiniz.



Not: Aşağıdaki kodları bir Maple sayfasına yapıştırarak Maplet'i çalıştırabilirsiniz. Kodları yapıştırdıktan sonra imleç herhangi bir yerde iken [ENTER] tuşuna basarak programı çalıştırabilirsiniz.

```
 restart:

with(Maplets[Elements]):with(Maplets[Tools]):with(plots):with(plottools):with(
Maplets):with(Student[Calculus1]):
say:=0:say2:=0:say3:=0:say4:=0:artis:=1:xe1:=-5:ye1:=-
5:xe2:=5:ye2:=5:artis:=0.2:

oteleme:=Maplet(onstartup=RunWindow(W1),
 MenuBar['MB1'](Menu("Dosya", MenuItem("Çıkıs",Shutdown())),
                                        Menu("Ayarlar",
                     MenuItem("Artıs Miktarını Değistirme", RunWindow(nar))

),
      Menu("Program", MenuItem("Program Hakkında",RunWindow(proghakkinda))

)),

Window['proghakkinda']("Program Hakkında", width=450,height=375,
BoxLayout(inset=0, border=true,background=blue,

  BoxColumn(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),

BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),TextBox(10..50,editable=false,"Bu program
sayesinde limitin formal tanımı olarak isimlendirilen epsilon-delta tanımını
anlamaya calısacagız!")),

BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),TextField(foreground=white,background=blu
e,"  E-mail: tolgakabaca@yahoo.com",'editable'='false')),
BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button(foreground=white,background=blue,"
Kapat   ", CloseWindow('proghakkinda'))
))
)),

Window['nar']('title'="Artış Miktarını Belirleme",width=190,height=130,
BoxLayout(background=blue,BoxColumn(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"Artış Miktarını
Giriniz",TextField['nart'](4)),
BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button['nT'](background=red,foreground=wh
ite,"TAMAM",
Action(Evaluate('function'="narttir"),CloseWindow(nar))))))),

Window['eksen']('title'="Eksenleri Belirleme",width=300,height=250,
BoxLayout(background=blue,BoxColumn(background=COLOR(RGB,3/5,3/5,1),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"x ekseninin sınırlarını
belirleyiniz. x=[",TextField['x1'](3,"-5"),",",TextField['x2'](3,"5"),"]"),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"y ekseninin sınırlarını
belirleyiniz. y=[",TextField['y1'](3,"-5"),",",TextField['y2'](3,"5"),"]"),
```

```
BoxRow(background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button['xT'](background=red,foreground=wh
ite,"TAMAM",
Action(Evaluate('function'="nx"),CloseWindow(eksen))),

Button['xTem'](background=red,foreground=white,"TEMİZLE",
Action(SetOption('x1'=""),SetOption('x2'=""),SetOption('y1'=""),SetOption('y2'
="")))
)))),

Window['W1'](resizable=false,width=800,height=600,'menubar'='MB1','title'="Lim
itin Formal Tanımını Anlıyorum!",

 BoxLayout(inset=0, border=true,background=blue,

   BoxRow(inset=0,border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),
     BoxColumn(inset=0,border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),

BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Label(foreground=red,'font'=F
ont("arial",12,bold),background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"        Fonksiyonu
Giriniz:"),TextField['TF1'](14,background=blue,'font'=Font("arial",12,bold),fo
reground=red)),
BoxColumn(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),BoxRow(border=true,backgro
und=COLOR(RGB,0,3/5,1),Label(foreground=green,'font'=Font("arial",12,bold),bac
kground=COLOR(RGB,0,3/5,1),"Limit Alınacak
Nokta"),TextField['TF2'](3,background=blue,foreground=green,'font'=Font("arial
",12,bold))),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Label(foreground=red,'font'=F
ont("arial",12,bold),background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"Limiti Olduğu İddia Edilen
Sayı:
"),TextField['TF3'](5,background=blue,'font'=Font("arial",12,bold),foreground=
red)),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Label(foreground=green,'font'
=Font("arial",12,bold),background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"Epsilon Değerini
Giriniz:
"),TextField['TF4'](5,background=blue,'font'=Font("arial",12,bold),foreground=
red)),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button['yardim'](background=r
ed,foreground=white,"Delta
Nedir?",Evaluate('function'="yardim")),Label(foreground=red,'font'=Font("arial
",12,bold),background=COLOR(RGB,0,3/5,1),"Delta Değerini Giriniz:
"),TextField['TF5'](5,background=blue,foreground=green,'font'=Font("arial",12,
bold)))),

BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button(background=red,foregro
und=white,".:Limiti İncele:.",
Evaluate('function'="incele")),Button(background=red,foreground=white,".:Temiz
le:.", Action(SetOption('PL1'=plots[display](plot(undefined,x=-
5..5))),SetOption('TF1'=""),SetOption('TF2'=""),SetOption('TF5'=""),SetOption(
'TF3'=""),
SetOption('TF4'="")))
),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),

Button['YAK'](background=red,foreground=white,"Yakınlastır",Evaluate('function
'="yaklas")),Button['UZAK'](background=red,foreground=white,"Uzaklastır",Evalu
ate('function'="uzak")))
```

```
,
BoxRow(inset=0,border=true,caption="Kılavuz",background=COLOR(RGB,0,3/5,1),

TextBox['TB1'](editable=false,6..45,"Limiti daha önce kendi cümlelerimiz ile
tanımlamıstık! Simdi bu tanımı gelistirmeye calisalim; Bir a degerine
yeterince yakın bagımsız degiskenlerin goruntularinin L'ye yakın olmasını
nasıl yorumlamalıyız? ")           )
            )          ),
     BoxColumn(inset=0,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),
BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Plotter['PL1'](width=400,heig
ht=400,tooltip="Grafik Alanı",plot(undefined,x=-5..5,y=-
5..5,color=red,tickmarks=[10,10]))),

BoxRow(border=true,background=COLOR(RGB,0,3/5,1),Button['B2'](enabled=false,ba
ckground=red,foreground=white,"Grafik hakkındaki yorum için
tıklayınız.",Evaluate('function'="yorum")))
)
))#endwindowlayout
,ButtonGroup['BG1'](),ButtonGroup['BG2']()
):
 narttir:=proc()
global artis;
artis:=Get('nart'::realcons);
end proc:
 uzak:=proc()
global artis,xe1,xe2,ye1,ye2;
local ffonk,ffon,epsilon,delta,L,a;
ffon:=Get('TF1'::algebraic);
a:=Get('TF2'::realcons);
L:=Get('TF3'::realcons);
epsilon:=Get('TF4'::realcons);
delta:=Get('TF5'::realcons);
ffonk:=unapply(ffon,x);
xe1:=xe1-artis;
xe2:=xe2+artis;
ye1:=ye1-artis;
ye2:=ye2+artis;
Set('PL1'=plots[display](implicitplot([x=a-
delta,x=a+delta],x=xe1..xe2,y=ye1..ye2,thickness=2,color=[red,black]),plot(und
efined,x=xe1..xe2,y=ye1..ye2),plot([ffonk(x),L-
epsilon,L+epsilon],x=xe1..xe2,y=ye1..ye2,thickness=[1,2,2],color=[blue,red,bla
ck],discont=true)));

end proc:
 yaklas:=proc()
global artis,xe1,xe2,ye1,ye2;
local ffonk,ffon,epsilon,delta,L,a;
ffon:=Get('TF1'::algebraic);
a:=Get('TF2'::realcons);
L:=Get('TF3'::realcons);
epsilon:=Get('TF4'::realcons);
delta:=Get('TF5'::realcons);
ffonk:=unapply(ffon,x);
xe1:=xe1+artis;
xe2:=xe2-artis;
ye1:=ye1+artis;
ye2:=ye2-artis;
```

```
Set('PL1'=plots[display](implicitplot([x=a-
delta,x=a+delta],x=xe1..xe2,y=ye1..ye2,thickness=2,color=[red,black]),plot(und
efined,x=xe1..xe2,y=ye1..ye2),plot([ffonk(x),L-
epsilon,L+epsilon],x=xe1..xe2,y=ye1..ye2,thickness=[1,2,2],color=[blue,red,bla
ck],discont=true)));

end proc:
 incele:=proc()
global xe1,xe2,ye1,ye2;
local ffonk,ffon,epsilon,delta,L,a;
ffon:=Get('TF1'::algebraic);
a:=Get('TF2'::realcons);
L:=Get('TF3'::realcons);
epsilon:=Get('TF4'::realcons);
delta:=Get('TF5'::realcons);
ffonk:=unapply(ffon,x);

xe1:=a-1;
xe2:=a+1;
ye1:=L-1;
ye2:=L+1;
Set('B2'(enabled)=true);
Set('PL1'=plots[display](implicitplot([x=a-delta,x=a+delta],x=a-1..a+1,y=L-
1..L+1,thickness=2,color=[red,black]),plot([ffonk(x),L-epsilon,L+epsilon],x=a-
1..a+1,y=L-1..L+1,thickness=[1,2,2],color=[blue,red,black],discont=true)));
Set ('TB1'="Bir dikdortgen pencere elde ettiniz. Bu pencerenin kenarlarini
veren dogrular hangi dogrulardir? Ayni grafikte deltayi degistirerek
gozlemlediklerinizden bir sonuc cikarmaya calisin");
end proc:
 yardim:=proc()
local maplettblo;
maplettblo := Maplet([
   BoxCell(TextBox(6..30,"Delta degerini rastgele secebileceginiz gibi önce
cebirsel olarak hesaplayıp sonra burada test etmeniz daha faydalı
olabilir!"))]):
Maplets[Display](maplettblo):
end proc:
 yorum:=proc()
local maplettbl;
maplettbl := Maplet([
   BoxCell(TextBox(10..75,"Dikey kırmızı dogru (a-delta), dikey siyah dogru
(a+delta), yatay kırmızı dogru (L-epsilon) ve yatay siyah dogru (L+epsilon)
olmak uzere dikey dogruların arası a'nın delta komsulugu, yatay dogruların
arası ise L'nin epsilon komsulugudur. a'nın komsulugundaki degerlerin
gonutulerinin L'nin komsuluguna tekabul etmesi icin f(x) egrisinin sadece
dikey dogruları kesmesi gerekir. Eger, egri sadece dikey dogruları kesmiyorsa
delta hatalı girilmis olabilir. Delta'yı kucultmemize ragmen uygun bir durum
elde edemiyorsak limitin hatalı oldugunu anlayabiliriz "))]):
Maplets[Display](maplettbl):
end proc:
 narttir:=proc()
global artis;
artis:=Get('nart'::realcons);
end proc:

 Maplets[Display](oteleme):
```