

EK 8. Fonksiyonları Öğretme Bilgisi Testinin Nihai Şekli

FONKSİYONLARI ÖĞRETME BİLGİSİ TESTİ

Adı ve Soyadı :

Kayıtlı olduğunuz program:

Cinsiyetiniz: Bay

Pedagojik Formasyon Sertifika Programı

Bayan

Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği

GENEL AÇIKLAMA

1. Bu test kitapçığındaki sorular matematik öğretmen adaylarının fonksiyonlar konusunda pedagojik alan bilgilerini ölçmeye yönelik hazırlanmıştır.
2. Bu test kitapçığı çoktan seçmeli 13 sorudan oluşmaktadır.
3. Bu test kitapçığındaki bütün soruları cevaplamamız için yeteri kadar süre verilecektir.
4. Cevaplamaya istediğiniz sorudan başlayabilirsiniz.
5. Cevaplarınızı kitapçık üzerine işaretlemeyi unutmayınız.
6. Bu testin sonuçları sadece araştırma amaçlı kullanılacak olup hiçbir şekilde notlarınızı etkilemeyecektir.

Katılımınızdan dolayı teşekkür ederim.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Nurullah ŞİMŞEK

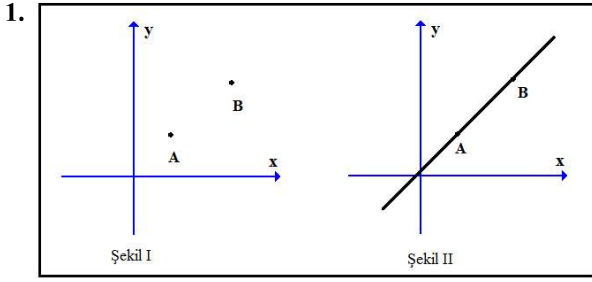
Cumhuriyet Üniversitesi-Eğitim Fakültesi

OFMAE Bölümü-Matematik Eğitimi ABD

58140-SİVAS

e-mail: nurullah4006@gmail.com

Bu testin her hakkı saklıdır. Hangi amaçla olur olsun, testin tamamının veya bir kısmının araştırmacının yazılı izni olmadan kopya edilmesi, fotoğrafının çekilmesi, herhangi bir yolla çoğaltılması, yayımlanması ya da kullanılması yasaktır. Bu yasağa uymayanlar gerekli cezai sorumluluğu ve testin hazırlanmasındaki mali külfeti peşinen kabullenmiş sayılır.



Yasemin Öğretmen bir öğrencisinden şekil I'deki A ve B noktalarından geçen bir fonksiyon grafiği çizmesini istemiştir. Öğrenci şekil II'deki çizimi yapmıştır. Daha sonra Yasemin Öğretmen, A ve B noktalarından geçen farklı bir fonksiyon grafiği çizilip çizilemeyeceğini sormuştur. Öğrenci de hayır çizilemez cevabını vermiştir.

Öğrencinin cevapları dikkate alındığında aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri öğrencinin durumunu en iyi açıklar?

- I. Grafik üzerindeki değerleri okuma ve yorumlama sürecinde yanlışlık yapmıştır.
- II. Tanım ile değer kümesi arasında fonksiyon kavramına uygun eşleme yapamamıştır.
- III. Farklı bir kavrama ait kuralı fonksiyonlara genellemiştir.

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
- D) I-II E) II-III

- 2.
- I. $f: R \rightarrow R, f(x) = ax + 3b - 4x$ fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre $4a - 3b = ?$
 - II. $f: R \rightarrow R, f(x) = 5x + 9$ fonksiyonun ters fonksiyonunu bulunuz?
 - III. $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2$ ve $g: R \rightarrow R, g(x) = x + 1$ ise $gof(x) = ?$

MEB ortaöğretim matematik dersi öğretim programına göre yukarıdaki sorulardan hangisi ya da hangileri 9. Sınıf düzeyine uygundur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) II-III
- D) I-II E) I-III

3. Kemal Öğretmen öğrencilerinden $f: R \rightarrow R$, $f(x) = 2x - 6$ fonksiyonun tersini bulmalarını istemiştir. Bir öğrenci bu soruya aşağıdaki cevabı vermiştir.

$$f^{-1}(x) = (2x - 6)^{-1}$$
$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2x - 6}$$

Bu cevabı veren öğrencide bilişsel çatışma oluşturmak için Kemal Öğretmen'in aşağıdakilerden hangisini sorması daha uygundur?

- A) Yaptığın işlemleri kontrol eder misin?
- B) $g: R - \{0\} \rightarrow R$, $g(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonun tersini bulabilir misin?
- C) Fonksiyonun birebir ve örtenliğini kontrol eder misin?
- D) Soruya verdiğin cevaptan emin misin?
- E) $(f \circ f^{-1})(3) = 3$ olduğunu gösterir misin?

4.

- Fonksiyonun grafiği ile tersinin grafiği $y = x$ doğrusuna göre simetrik olduğu incelenir.
- Bir fonksiyonun birebir ve örtenliği grafik üzerinde yatay doğru testi ile incelenir.
- Bir fonksiyonun grafiğinde, fonksiyonun x -ekseni üzerinde tanımlı olduğu her bir noktadan y -eksenine paralel çizilen doğrunun grafiği yalnızca bir noktada kestiğine işaret edilir (düşey/dikey doğru testi).

MEB ortaöğretim matematik dersi öğretim programında yer alan yukarıdaki açıklamalara dikkat eden bir öğretmen programın genel felsefesi düşünüldüğünde aşağıdakilerden hangisini yapması en uygun olur?

- A) Bu kuralları teknoloji vasıtasıyla görsel olarak sunarak öğrencilerin ezberlemelerini sağlamalı.
- B) Bu kuralların öğrenciler tarafından doğru bir şekilde kullanılmasına önem vermeli.
- C) Bu kuralları nedenleriyle birlikte öğrencilere fark ettirmeli.
- D) Bu kuralları öğrencilerin daha kolay akılda tutmaları için uygun öğretim materyalleri hazırlamalı.
- E) Bu kuralların doğru işlediğini bol örneklerle öğrencilere fark ettirmeli

5. Mustafa Öğretmen, birebir fonksiyon kavramını sınıfta gerçek veya gerçekçi hayat durumlarını kullanarak öğrencilerine açıklamak istemektedir. Fakat Mustafa Öğretmen, uygun bir açıklama yapamadığı takdirde öğrencilerde yanlış anlamaların oluşacağını farkındadır.

Buna göre, Mustafa Öğretmen birebir fonksiyon kavramının öğretiminde aşağıdakilerden hangisi ya da hangilerini kullanması daha uygundur?

- I. Birebir fonksiyon, bir sayı girildiğinde belli bir kural çerçevesinde farklı bir sayı veren makinelere benzetilebilir. Örneğin, $f(x) = x^2 + 1$ kuralı ile çalışan bir fonksiyon makinesine ne girerse karesinin bir fazlası çıkar. 5 sayısı bu fonksiyon makinesine girerse 26 olarak çıkar.
- II. Bir okula yeni kayıt yaptıran öğrenciler kümesi ile bu öğrenciler için kullanılacak öğrenci numaralarının kümesi arasındaki eşleme bir birebir fonksiyondur. Birebir fonksiyonlar, tanım kümesindeki her bir elemanı görüntü kümesindeki farklı bir elemana eşlemektedir.
- III. Çamaşır makineleri birebir fonksiyonlara örnek olarak verilebilir. Birebir fonksiyonlar, girdileri farklı bir çıktıya dönüştürmektedir. Çamaşır makineleri de kirli çamaşır ve deterjan girdilerini belli bir program çerçevesinde temiz çamaşır çıktısına dönüştürmektedir.

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I-II E) II-III

6. Nuray Öğretmen, öğrencilerinden $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonun tersini bulmalarını istemiştir. Öğrenciler verilen fonksiyonun tersini x 'i yalnız bırakıp x 'i y türünden yazdıktan sonra x ile y 'yi yer değiştirerek elde etmişlerdir. Nuray öğretmen, öğrencilerine bu işlemleri neden yaptıklarını sorduğunda ise açıklayamadıklarını fark etmiştir.

Nuray Öğretmen'in bu öğrencilere yönelik olarak aşağıdakilerden hangisini yapması en uygun olur?

- A) Fonksiyonlar ile ilgili işlemsel öğrenmeyi gerçekleştirmelerine yönelik ortamlar oluşturması gerekir.
- B) Fonksiyonlar için gerekli olan ön bilgileri kontrol etmesi gerekir.
- C) Fonksiyonlar ile ilgili daha çok sayıda örnek soru çözmesi gerekir.
- D) Fonksiyonların bir eşleme süreci olduğunu öğrenmeleri için ortamlar oluşturması gerekir.
- E) Fonksiyonlar ile ilgili problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik ortamlar oluşturması gerekir.

7. Aşağıda dört soru ve bu sorulara yönelik öğrencilerin hatalı çözümleri verilmiştir.

I. Soru:

$f: R \rightarrow R, f(x) = x - 5$ ve $g: R \rightarrow R, g(x) = 3x + 1$
ise $(f \circ g)(x) = ?$

Öğrencinin çözümü:

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= (x - 5)(3x + 1) \\ &= 3x^2 + x - 15x - 5 \\ &= 3x^2 - 14x - 5\end{aligned}$$

II. Soru:

$f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{x}{7} - 4$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Öğrencinin çözümü:

$$\begin{aligned}y &= \frac{x}{7} - 4 \\ \Rightarrow y + 4 &= \frac{x}{7} \\ \Rightarrow 7y + 4 &= x \text{ yani } f^{-1}(x) = 7x + 4 \\ \text{olur}\end{aligned}$$

III. Soru:

$f: R \rightarrow R, f(x) = x + 3$ ve $g: R \rightarrow R, g(x) = 4x - 1$ ise $(f \circ g)(x) = ?$

Öğrencinin çözümü:

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= g(f(x)) = g(x + 3) \\ &= 4(x + 3) - 1 = 4x + 11\end{aligned}$$

IV. Soru:

$f: R \rightarrow R, f(x) = 5x + 2$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Öğrencinin çözümü:

$$f^{-1}(x) = (5x + 2)^{-1} \text{ olduğundan } f^{-1}(x) = \frac{1}{5x+2} \text{ olur.}$$

Yukarıda verilen soruların hangilerinde benzer bir yanılgıdan dolayı öğrenciler hatalı sonuca ulaşmışlardır?

- A) I-III B) I-IV C) II-IV
D) II-III E) I-II-IV

8. Yusuf Öğretmen fonksiyon kavramını tanıttığı derste aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

“Günlük hayatta karşılaştığımız birçok durumda, aralarında ilişkilendirme olan iki çokluktan biri diğerine bağımlı olarak değer almaktadır. Örneğin, bir akaryakıt istasyonunda benzinin litresinin 5 TL olduğunu varsayalım. 4 litre benzine karşılık 20 TL ödeme yapılır.”

Yusuf Öğretmen’in yukarıda verilen açıklaması aşağıdakilerden hangisine yönelik öğrencilerde yanlış bir anlayışın gelişmesine neden olabilir?

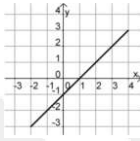
- A) Birebir fonksiyon
B) Örten fonksiyon
C) Bileşke fonksiyon
D) Sabit fonksiyon
E) Hiçbiri

9. Yasin Öğretmen bir fonksiyonun tersinin grafiği ile alakalı aşağıda verilen etkinliği uygulamıştır.

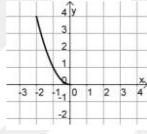
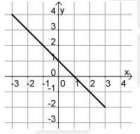
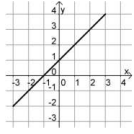
1. $f: R \rightarrow R, f(x) = x + 3$ fonksiyonun grafiği ile tersinin grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafikler arasında benzerlik ve farklılıkları belirleyiniz ve yorumlayınız

2. Çizdiğiniz $f(x)$ ile $f^{-1}(x)$ fonksiyonların grafikleri arasında herhangi bir ilişki görebildiniz mi? Görebildiyse bu ilişki veya ilişkiler nelerdir? Yazınız.

3. Aşağıda $g(x)$ 'in grafiği verilmiştir. Bu grafikten yararlanarak $g^{-1}(x)$ 'in grafiğini çiziniz



4. Aşağıda üç farklı fonksiyon grafiği verilmiştir. Bu grafiklerden yararlanarak her bir fonksiyonun tersinin grafiğini çiziniz.



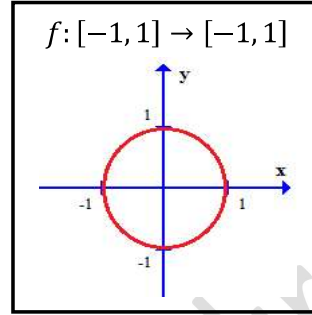
5. Verilen her bir fonksiyonun grafikleri üzerinde terslerinin grafiklerini nasıl çizdiğinizizi açıklayınız.

6. Sonuçta sizlerden bir fonksiyonun grafiğini kullanarak tersinin grafiğinin nasıl çizildiği ile ilgili bir metot inşa etmeniz beklenmektedir. Bu nedenle bir fonksiyonun grafiğinden yola çıkarak tersinin grafiğini çizmede kullanılabilecek genel bir metot öneriniz.

Yasin Öğretmen'in bu etkinliği uygulamasındaki öncelikli hedefi aşağıdakilerden hangidir?

- A) Öğrencilerin kavram yanlışlarını gidermek.
B) Öğrencilerin soyutlama yapmalarına yardımcı olmak.
C) Öğrencilerin hazır bulunuşluk seviyesini tespit etmek.
D) Öğrencilerin daha önce öğrendiklerini pekiştirmek.
E) Öğrencilerin ispat yapmalarına yardımcı olmak.

10. Yapılan bir araştırmada, lise öğrencilerinin aşağıda verilen grafiğin fonksiyon grafiği olduğunu iddia ederek yanılıya düştükleri rapor edilmiştir.



Fonksiyonlar konusunda anlamlı öğrenme modelini benimseyen Oktay Öğretmen, yukarıdaki yanılıya kendi öğrencilerinin düşmemesini istemektedir.

Buna göre, Oktay Öğretmen'in aşağıdakilerden hangisini yapması beklenir?

- A) "x-eksenine paralel çizilen doğrulardan herhangi biri grafiği birden fazla noktada keserse o grafik fonksiyon grafiği olmaz." Kuralını ifade ederek örnekler verir.
B) Bir bağıntının fonksiyon olabilmesi için gerekli olan şartları öğrencilerin ezberlemeleri için yeteri kadar örnek soru çözer.
C) Yukarıdaki grafiği çizerek böyle bir yanılığın olduğunu öğrencilere ifade edip bu yanılıya düşmemeleri için ikaz eder.
D) Fonksiyon kavramının tanımını ifade ettikten sonra kavramın grafik gösterimlerinde bu tanıma vurgu yapar.
E) Bu grafiğin merkezi orijinde, yarıçapı bir olan ve cebirsel olarak $x^2 + y^2 = 1$ şeklinde ifade edilen çember denkleminin grafiği olduğunu öğrencilerine açıklar.

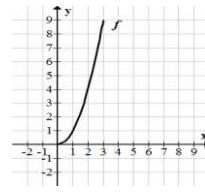
11. Serhat Öğretmen, ‘ $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 - 1$ fonksiyonun tersi var mıdır?’ sorusunu öğrencilerine yöneliyor. Öğrencilerden Bekir bu soruya “evet vardır” diyor ve aşağıdaki işlemleri yapıyor.

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 1 \\ \Rightarrow y + 1 &= x^2 \\ \Rightarrow \sqrt{y + 1} &= \sqrt{x^2} \\ \Rightarrow \sqrt{y + 1} &= x \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= \sqrt{x + 1} \end{aligned}$$

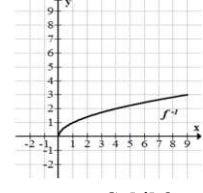
Yukarıdaki hatalı cevabı veren Bekir’de bilişsel çatışma oluşturmak isteyen Serhat Öğretmen, Bekir ile diyaloga aşağıdakilerden hangisiyle başlaması daha uygundur?

- A) $f^{-1}(-2)$ ’ in değerini bulur musun?
 B) Ters fonksiyon tanımını söyler misin?
 C) Her fonksiyonun tersi var mıdır?
 D) Çözüm yaparken hata yapmadığından emin misin?
 E) $g: R \rightarrow R$, $g(x) = \sqrt{x + 1}$ fonksiyonun tersini bulur musun?

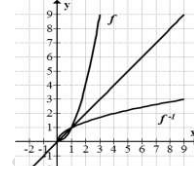
12. Emre Öğretmen, bir fonksiyonun grafiği ile tersinin grafiği $y = x$ doğrusuna göre simetrik olduğunu dersinde aşağıdaki şekilde işlemiştir.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

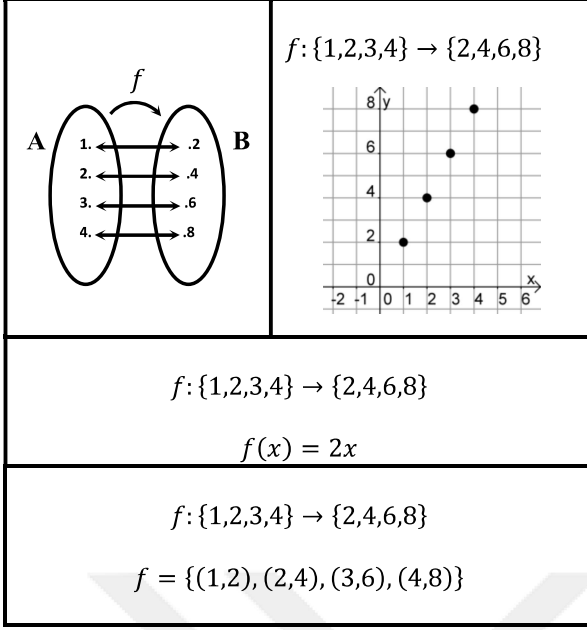
Emre Öğretmen önce şekil 1’deki $f: [0, 3] \rightarrow [0, 9]$, $f(x) = x^2$ fonksiyonun grafiğini öğrencilerine çizdirerek birebir ve örtenliğini incelemelerini ister. Sonra öğrencilerinden f fonksiyonun tersini elde ettikten sonra şekil 2’deki gibi grafiğini çizmelerini ister. Daha sonra f ve f^{-1} fonksiyonlarının grafiklerini şekil 3’deki gibi bir arada tekrar çizdirerek öğrencilerin fonksiyonlar arasındaki ilişkiyi görmelerine yardımcı olur. Birebir ve örten olan bir fonksiyonun grafiği ile tersinin grafiği, $y = x$ doğrusuna göre simetrik olduğu, çıkarımını öğrencilerin yapmasını sağlar.

Emre Öğretmen’in yukarıdaki öğretimiyle ilgili aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri söylenebilir?

- I. Öğrencilerin kuralı daha kolay ezberlemeleri için görselleştirmiştir.
 II. Buluş yoluyla öğretim stratejisini benimsemiştir.
 III. Matematiksel modelleme yaparak öğrencilerin kavram yanlışlarını tespit etmiştir.

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I-III
 D) I-II E) II-III

13.



Fatih Öğretmen, fonksiyon kavramının öğretiminde yukarıda verilen fonksiyon örneklerine benzer örneklere öğrencilerin dikkatini çekerek, fonksiyon kavramını yapılandırmalarını sağlamaktadır.

Fatih Öğretmen, bu öğretimiyle öğrencilerde aşağıdaki hangi becerilerin gelişmesine daha çok yardımcı olur?

- A) İspat yapma - Problem çözme
- B) Problem çözme - Hipotez kurma
- C) İspat yapma - İlişkilendirme
- D) Matematiksel iletişim - Hipotez kurma
- E) Matematiksel iletişim - İlişkilendirme